

边坡临界失稳状态的判定标准

林 杭, 曹 平, 李江腾, 刘业科

(中南大学 资源与安全工程学院, 湖南 长沙 410083)

摘 要: 为了建立边坡临界失稳状态的统一判据, 对同一算例分别实施 3 种判据: 塑性区贯通判据、计算不收敛判据、位移突变判据。采用拉格朗日元法对边坡进行弹塑性稳定分析, 将 3 种判据得到的安全系数与 Janbu 法的结果进行对比。结果表明: 塑性区贯通并不一定产生边坡失稳, 该判据得到的安全系数偏小; 计算不收敛判据得到的安全系数与 Janbu 法十分接近, 但其无法反映边坡的变形过程, 且具有一定的人为任意性; 位移突变判据确定了边坡稳定形态与折减系数的定量关系, 通过双曲线方程拟合可方便地得到安全系数, 其求解精度高, 物理意义明确。

关键词: 失稳判据; 塑性区贯通; 位移突变; 计算不收敛

中图分类号: TD824.7

文献标识码: A

The standards for critical failure state of slope

LIN Hang, CAO Ping, LI Jiang-teng, LIU Ye-ke

(School of Resources & Safety Engineering, Central South University, Changsha 410083, China)

Abstract: In order to build the uniform failure criterion of slope, different failure criteria, the connectivity of plastic zone criterion; the convergence of numerical computations criterion; the mutation of displacement criterion, were built for the same calculation model. The elastoplastic analysis was done to the stability of slope by the method of fast lagrangian analysis of continua three dimensions (FLAC^{3D}). Safety factors obtained from the three criteria were compared with that from Janbu's procedure of limit equilibrium. The comparative analyses were done. Results show that connectivity of plastic zone dose not always indicate the failure of slope, safety factor obtained from the connectivity of plastic zone criterion is in a smaller value; safety factor obtained from convergence of numerical computations criterion is close to that from Janbu method, but it can not show the deformation procedure of slope, there are some artificial uncertain factor in this criterion; the relationship between slope stability and reduction factor is founded by displacement mutation criterion, and safety factor can be easily obtained by curve fitting which shows good correlation with the monitoring data; the displacement mutation criterion has high degree of precision and clear physical meaning.

Key words: failure criterion; plastic zone connectivity; displacement mutation; computations convergence

近年来, 随着计算机技术和数值分析方法的发展, 采用强度折减法 (SSR) 计算边坡的安全系数正逐渐成为新的趋势, 该方法无须事先假定滑移面的形状和位置, 能够反映岩土材料应力、变形等信息。强度折减法分析问题的关键是如何判断边坡达到临界失稳状态, 目前一般使用求解过程中计算不收敛作为失稳判据, 认为静力平衡方程组无解将导致计算不收敛, 此时表征边坡失稳^[1~5]。另外, 塑性区贯通判据^[6,7]和监测点位移突变判据^[8,9]由于能够直观地反映边坡的破坏过程以及具有一定物理意义, 也逐渐受到重

收稿日期: 2007-05-20 责任编辑: 柴海涛

基金项目: 高等学校博士学科点专项科研基金资助项目 (20060533071); 中国博士后科学基金资助项目 (20060400264); 中南大学博士后科学基金资助项目

作者简介: 林 杭 (1980—), 男, 福建福州人, 博士研究生。E-mail: linhangabc@126.com

视. 但是, 目前对 3 种判据的对比探讨还较少, 3 种判据得到的安全系数是否一致, 哪种判据的精度最高、实施过程最为简便合理尚不明确, 从而导致至今仍未形成统一的失稳判据. 基于以上考虑, 本文对同一算例建立 3 种失稳判据, 通过快速拉格朗日元法 (FLAC^{3D}) 进行边坡稳定分析, 将得到的安全系数与 Janbu 法的结果进行比较, 讨论各种判据的合理性及实用性, 拟建立统一的边坡失稳判据; 并且, 由于弹性模量 E 和泊松比 μ 对计算结果存在一定影响, 在判据实施之前, 首先推导了泊松比和内摩擦角之间的关系, 并阐述了对弹性参数的折减方法.

1 计算方法与模型

1.1 弹性参数的折减方法

目前, 强度折减法主要针对岩土工程中应用最为广泛的 Mohr - Coulomb 准则进行实施, 它将边坡的安全系数定义为使边坡刚好达到临界失稳状态时, 对其抗剪强度进行折减的程度. 在计算过程中, 弹性参数对结果存在一定影响^[2], 本文首先推导黏结力 c 、内摩擦角 φ 和泊松比 μ 之间的关系, 以探讨弹性参数的折减方法. 假设岩土体在半无限空间内只受重力作用, 如图 1 所示, 水平地面以下深度为 h 处的单元主应力为

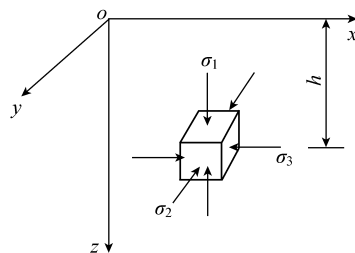


图 1 单元应力分布

Fig. 1 Stress distribution of unit

$$\sigma_1 = \gamma h, \sigma_2 = \sigma_3 = \lambda \gamma h, \quad (1)$$

式中, γ 为重度; h 为单元距地面的深度; λ 为侧压力系数, $\lambda = \mu / (1 - \mu)$.

将式 (1) 代入 Mohr - Coulomb 准则, 得

$$\sin \varphi (\gamma h + \lambda \gamma h) \geq \gamma h - \lambda \gamma h - 2c \cos \varphi, \quad (2)$$

$$\gamma h [1 - \sin \varphi - \lambda (1 + \sin \varphi)] \leq 2c \cos \varphi. \quad (3)$$

由式 (2) 得

$$\sin \varphi \geq (1 - \lambda - 2c \cos \varphi / \gamma h) / (1 + \lambda), \quad (4)$$

当 $h \rightarrow \infty$ 时, $\sin \varphi \geq 1 - 2\mu$.

对于式 (3), 需分 2 种情况进行讨论.

(1) 当 $1 - \sin \varphi - \lambda (1 + \sin \varphi) > 0$, 即 $\sin \varphi < (1 - \lambda) / (1 + \lambda)$ 时, $h \leq 2c \cos \varphi / \{\gamma [1 - \sin \varphi - \lambda (1 + \sin \varphi)]\}$. 可见, 在深度 h 以下的岩石都将处于塑性状态; 特别地, 若 $c = 0$, 则整个半无限空间都处于塑性状态, 有违实际情况.

(2) 当 $1 - \sin \varphi - \lambda (1 + \sin \varphi) \leq 0$, 即 $\sin \varphi \geq (1 - \lambda) / (1 + \lambda)$ 时, $h \geq 2c \cos \varphi / \{\gamma [1 - \sin \varphi - \lambda (1 + \sin \varphi)]\}$. 岩土材料只受重力作用时, 地面以下的部分不产生破坏. 从而得到

$$\sin \varphi \geq (1 - \lambda) / (1 + \lambda) = 1 - 2\mu. \quad (5)$$

联立式 (4), (5) 得

$$\{\sin \varphi \geq (1 - \lambda - 2c \cos \varphi / \gamma h) / (1 + \lambda)\} \cap \{\sin \varphi \geq (1 - \lambda) / (1 + \lambda)\} = \{\sin \varphi \geq 1 - 2\mu\}.$$

对 μ 进行如下调整, 即 $\mu_i = (1 - \sin \varphi_i / \beta) / 2$, 其中, φ_i , μ_i 为 K_i 折减时步对应的材料参数; $\beta = \sin \varphi_0 / (1 - 2\mu_0)$; μ_0 为材料原始泊松比.

由于 E 和泊松比 μ 满足双曲线关系^[6], 可按下式对 E 进行调整, 即 $E_i = E_0 \mu_0 / \mu_i$, 其中, E_i 为折减系数 K_i 对应的弹性模量; E_0 为材料原始弹性模量.

1.2 计算模型

模型边坡高 20 m, 坡角 45°. 按照平面应变建立 FLAC^{3D} 计算模型, 模型共 816 个单元, 1 176 个节点, 计算模型尺寸和边坡物理力学参数如图 2 所示. 边界条件为: 下部固定, 左右两侧水平约束, 上部为自由边界; 计算收敛准则为不平衡力比率 r_a ^[10] 满足 10^{-5} 的求解要求.

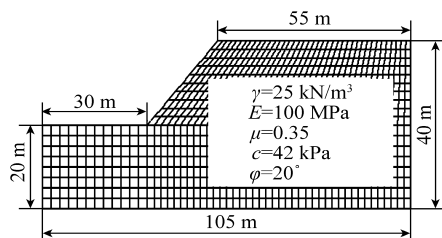


图2 计算模型

Fig. 2 Calculation model

所示, 其中折减系数 K 增加的梯度为 0.005. 从图 3 可以看出, 随着 K 的增大, 剪切塑性区从坡脚往坡体上缘延伸, 拉伸塑性区的面积逐渐增大; 当 $K < 1.155$ 时边坡塑性区尚未贯通, 此后 $K \geq 1.155$ 时边坡内的塑性区全部贯通并迅速扩展; 但 K 在 1.155 ~ 1.175 范围内,

塑性区贯通, r_a 仍能满足 10^{-5} 的 FLAC^{3D} 默认求解要求, 只是计算的迭代次数逐渐增大; 按照以上折减梯度, 本模型的安全系数为 1.155; 从该判据的实施过程中可以看出, 其能够直观反映边坡的破坏过程, 但是它的 2 个缺点限制了其进一步的推广: ① 在判断塑性区是否贯通时需人为进行观察, “自动化” 程度不高; ② 若要进一步提高判据的计算精度则需调整 K 增加的梯度值.

2.2 计算不收敛判据

数值方法通过强度折减使边坡达到极限破坏状态, 滑动面上的位移和塑性应变将产生突变, 且此位移和塑性应变的大小不再是一个定值, 程序无法从数值方程组中找到一个既能满足静力平衡又能满足应力-应变关系和强度准则的解, 此时, 不管是从力的收敛标准, 还是从位移的收敛标准来判断数值计算都不收敛^[5]. 此判据认为, 在边坡破坏之前计算收敛, 破坏之后计算不收敛, 表征滑面上岩土体无限流动, 因此可把静力平衡方程组是否有解, 数值计算是否收敛作为边坡破坏的依据. 判据实施过程中, 对给定的抗剪强度参数 c 和 $\tan \varphi$ 按照二分法进行折减, 以 $r_a < 10^{-5}$ 表征收敛状态, 直到折减系数 K 满足精度要求, 具体求解流程如图 4 所示. 在确定折减系数的上下限 K_1 , K_2 时, 先设 $K = 1$. ① 若计算收敛, $K_1 = 1$, $K_2 = K_C$, K_C 为试算得到的某一较大值; ② 若计算不收敛, $K_1 = 0$, $K_2 = 1$. 计算得到安全系数为 1.177 8.

2.3 位移突变判据

由理想弹塑性材料构成的边坡进入极限状态时, 必然是其中一部分岩土材料相对于另一部分发生无限

2 3 种判据

2.1 塑性区贯通判据

边坡失稳破坏可以看作是塑性区逐渐发展、扩大直至贯通而进入完全塑流状态、无法继续承受荷载的过程. 此判据认为随着折减系数的增大, 坡体内部分区域将产生不同程度的塑性变形, 若发生塑性变形的区域相互贯通, 则表明边坡发生整体失稳. 通过数值计算, 得到塑性区贯通情况与折减系数的关系如图 3

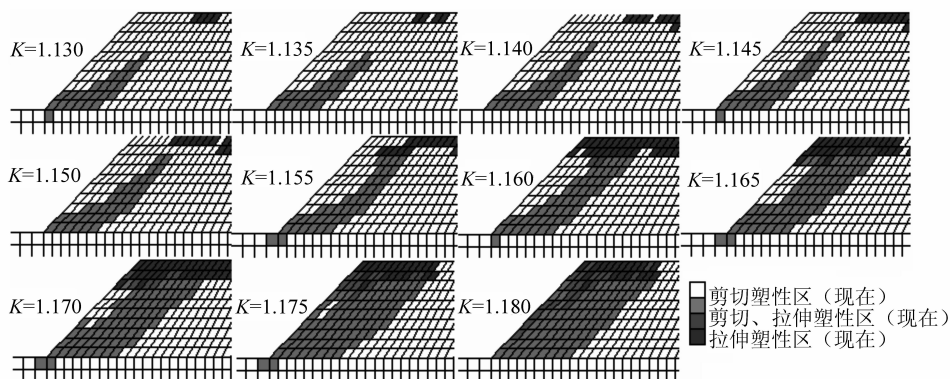


图3 塑性区分布

Fig. 3 Distribution of plastic zone

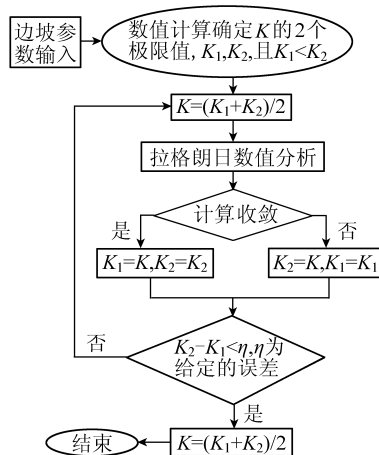


图4 安全系数求解流程

Fig. 4 Flow chart for solution of safety factor

制的滑移. 随折减系数的增大, 滑坡内的岩土体有明显的位移增量, 而稳定区的位移增量几乎为零^[7]. 这就清楚地显示了体系的一部分相对于另一部分的滑移. 通过在坡体内布置若干监测点, 可发现这些点的位移随折减系数的增大而存在突变现象, 以此作为失稳判据可反映边坡的变形过程. 文献 [8] 论证了位移突变判据中, 选择坡顶作为监测点并分析总位移-折减系数的关系曲线, 可得到较合理的安全系数. 本文通过 FLAC^{3D} 的 FISH 语言, 开发数据记录工具, 记录坡顶的总位移与折减系数的关系, 如图 5 所示. 从图 5 可以看出, 当 K 增大到一定值时, 位移发生突变, 滑坡逐渐形成, 最终导致整体失稳. 但是, 边坡失稳时所对应的 K 值是多少, 以及如何描述位移-折减系数关系的全过程, 则需对曲线进行拟合, 且所建立的拟合方程应满足: ① 能够反映位移和折减系数的关系, 并得到边坡的安全系数; ② 在折减过程中, 边坡局部出现破坏, 破坏区域迅速发展, 位移不断增大, 坡体发生持续滑动.

根据曲线的特征, 假设位移与折减系数的关系满足双曲线方程, 其形式为 $\delta = (b + cK)/(1 + aK)$, 其中, a , b , c 为待定系数; δ 为位移值. 当 $1 + aK = 0$ 且 $b + cK \neq 0$ 时, $\delta \rightarrow \infty$, 边坡产生失稳滑动, 从而确定 $K = -1/a$.

由拟合方程满足的条件可知: 此时的折减系数即为边坡整体安全系数 F . 拟合结果如图 5 所示. 位移突变安全系数为 1.178 51; 相关系数 R^2 接近 1.

3 讨 论

为了验证 3 种判据结果 (所得的安全系数) 的可靠性, 需选择一衡量标准. 由于目前在计算边坡安全系数方面和工程设计中, 极限平衡法仍被广泛采用 (虽然该法引入了一些简化假定, 但是对计算结果的精度损害不大^[11]), 根据极限平衡法中各个算法的精度, 本文采用极限平衡法中的 Janbu 法作为参照标准, 因为 Janbu 法满足全部平衡条件. 通过 Janbu 法计算该边坡, 得到 $F_{\text{Janbu}} = 1.182 69$. 各个判据与 Janbu 法的误差为 2.341%, 0.413%, 0.353%. 误差表明: ① 塑性区贯通判据得到的安全系数与 Janbu 法的误差最大, 且明显小于其它 2 种判据得到的安全系数. 这是因为对于一个理想弹塑性单元, 当其应力达到屈服状态后, 如果周围没有约束, 其塑性应变大小就无限制. 但是对于边坡整体来说, 如果该单元周围的物体还处于弹性阶段或者有其他边界约束条件, 它将限制这个单元塑性应变的发展, 此时单元处于一种塑性极限平衡状态. 因此, 若塑性区面积较小, 即使贯通, 边坡仍具有一定承载能力, 未产生整体失稳; 只有继续增大折减系数, 坡体内单元的应变逐渐增大, 达到塑性状态的单元逐渐增多, 才形成整体滑坡. 所以, 塑性区贯通并不一定意味着边坡失稳, 还要看是否产生很大的且无限发展的塑性变形和位移, 数值计算中表现为塑性应变和位移产生突变, 若仅以贯通作为衡量标准则使安全系数偏小. 同时, 该判据存在的 2 个缺点: 在判断塑性区是否贯通时需人为进行观察, 其“自动化”程度不高; 若要进一步提髙判据的计算精度则需调整增加的梯度值; 将限制该判据的进一步推广. ② 计算不收敛判据原理简单, 且得到的安全系数与极限平衡法十分接近, 精度也较高, 但该判据的结果无法反映边坡的变形过程, 物理意义不是十分明确, 且在确定 r_u 和 η 时具有一定人为任意性. ③ 位移突变判据得到的安全系数与 Janbu 法最为接近, 说明该判据是合理的, 并且其确定了折减系数与边坡稳定形态的定量关系, 能够表征边坡在折减系数达到一定程度后产生很大的且无限发展的塑性变形和位移, 具有明确的物理意义.

4 结 论

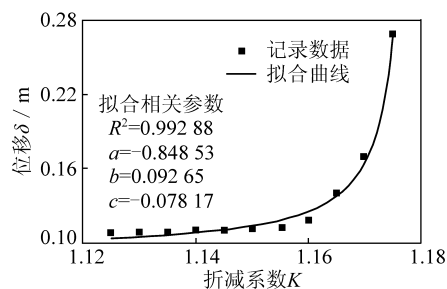


图 5 总位移和折减系数的关系

Fig. 5 Relationship between total displacement and reduction factor

(1) 塑性区贯通判据认为, 边坡失稳破坏可以看作是塑性区逐渐发展、扩大直至贯通而进入完全塑

流状态、无法继续承受荷载的过程,它能够直观反映边坡的破坏过程,但是它的2个缺点限制了其进一步的推广:①在判断塑性区是否贯通时需人为进行观察,“自动化”程度不高;②若要进一步提高判据的计算精度则需调整 K 增加的梯度值;并且,塑性区贯通判据得到的安全系数与极限平衡法得到的结果之间的误差为2.341%,得到的结果偏小。

(2) 计算不收敛判据原理简单,得到的安全系数与极限平衡法得到的结果之间的误差为0.413%,差别很小,但其结果无法反映边坡的变形过程,物理意义不明确,且在确定 r_a 和 η 时具有一定人为任意性。

(3) 位移突变判据认为边坡进入极限状态时,必然是其中一部分岩土材料相对于另一部分发生无限制的滑移。随折减系数的增大,滑坡内的岩土体有明显的位移增量,而稳定区的位移增量几乎为零。这就清楚地显示了体系的一部分相对于另一部分的滑移,该判据物理意义明确,得到的安全系数与极限平衡法得到的结果之间的误差为0.353%,通过双曲线方程拟合能方便有效地得到边坡的安全系数,并反映位移与折减系数关系的全过程,建议将其作为边坡失稳的统一判据。

参考文献:

- [1] 沈金瑞,林 杭. 多组节理边坡稳定性 FLAC^{3D} 数值分析 [J]. 中国安全科学学报, 2007, 17 (1): 29 ~ 33.
Shen Jinrui, Lin Hang. The numerical analysis on the stability of slope with several sets of joints by FLAC^{3D} [J]. China Safety Science Journal, 2007, 17 (1): 29 ~ 33.
- [2] 郑 宏,李春光,李焯芬,等. 求解安全系数的有限元法 [J]. 岩土工程学报, 2002, 24 (5): 626 ~ 628.
Zheng Hong, Li Chunguang, Lee C F, et al. Finite element method for solving the factor of safety [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2002, 24 (5): 626 ~ 628.
- [3] Griffiths D V, Lane P A. Slope stability analysis by finite elements [J]. Geotechnique, 1999, 49 (3): 387 ~ 403.
- [4] 林 杭,曹 平,周正义. FLAC^{3D} 模拟全长注浆锚杆的作用效果 [J]. 岩土力学, 2005, 26 (S2): 167 ~ 170.
Lin Hang, Cao Ping, Zhou Zhengyi. Simulating effects of wholly grouted anchor rods with FLAC^{3D} [J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26 (s2): 167 ~ 170.
- [5] 赵尚毅,郑颖人,张玉芳. 有限元强度折减法中边坡失稳的判据探讨 [J]. 岩土力学, 2005, 26 (2): 332 ~ 336.
Zhao Shangyi, Zheng Yingren, Zhang Yufang. Study on slope failure criterion in strength reduction finite element method [J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26 (2): 332 ~ 336.
- [6] 张培文,陈祖煜. 弹性模量和泊松比对边坡稳定安全系数的影响 [J]. 岩土力学, 2006, 27 (2): 299 ~ 303.
Zhang Peiwen, Chen Zuyu. Influences of soil elastic modulus and poisson's ratio on slope stability [J]. Rock and Soil Mechanics, 2006, 27 (2): 299 ~ 303.
- [7] 宋二祥,高 翔,邱 钊. 基坑土钉支护安全系数的强度参数折减有限元方法 [J]. 岩土工程学报, 2005, 27 (3): 258 ~ 263.
Song Erxiang, Gao Xiang, Qiu Yue. Finite element calculation for safety factor of soil nailing through reduction of strength parameters [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2005, 27 (3): 258 ~ 263.
- [8] 林 杭,曹 平,宫凤强. 位移突变判据中监测点的位置和位移方式分析 [J]. 岩土工程学报, 2007, 29 (9): 1 433 ~ 1 438.
Lin Hang, Cao Ping, Gong Fengqiang. Analysis of location and displacement mode of monitoring point in displacement mutation criterion [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2007, 29 (9): 1 433 ~ 1 438.
- [9] 迟世春,关立军. 基于强度折减的拉格朗日差分方法分析土坡稳定性 [J]. 岩土工程学报, 2004, 26 (1): 42 ~ 46.
Chi Shichun, Guan Lijun. Slope stability analysis by lagrangian difference method based on shear strength reduction [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2004, 26 (1): 42 ~ 46.
- [10] Itasca Consulting Group. User's guid [Z]. Minnesota: Itasca Consulting Group, 2002.
- [11] 陈祖煜. 土质边坡稳定性分析 [M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2003. 72 ~ 73.
Chen Zuyu. Analysis of soil slope stability [M]. Beijing: The Chinese Water Conservation and Electricity Press, 2003. 72 ~ 73.