

综放工作面沿空留巷墩柱巷旁支护承载规律及失稳判据

刘子璐¹, 余伟健¹, 马占国^{3,4}, 李 焯², 龚 鹏^{3,4}, 王 平¹, 吴根水¹

(1. 湖南科技大学 资源环境与安全工程学院, 湖南 湘潭 411201; 2. 湖南科技大学 土木工程学院, 湖南 湘潭 411201; 3. 中国矿业大学 力学与土木工程
学院, 江苏 徐州 221116; 4. 中国矿业大学 深地工程智能建造与健康运维全国重点实验室, 江苏 徐州 221116)

摘 要:巷旁支护体与顶板接触面岩体的稳定是沿空留巷成功的关键, 针对厚煤层综放工作面沿空留巷墩柱式巷旁支护体与巷内顶煤接触面失稳导致“冲顶、倒柱”难题, 阐述了基本顶破断运移对下位煤岩顶板施载的几个主要阶段, 建立了多跨非连续荷载作用下沿空留巷顶板力学分析模型, 推导了墩柱在顶板深度方向引起的附加应力方程, 揭示了墩柱巷旁支护体与顶板的应力传递机制, 探讨了柱-顶接触面失稳模式, 基于莫尔-库仑准则构建柱顶煤岩滑移模型, 明确了影响柱-顶接触面顶煤稳定性的主控因素, 开展了不同应变率下煤的力学性能指标试验, 结果表明: 柱顶区域煤体能量集中度最高, 并沿顶板深度方向逐渐降低; 相邻墩柱跨中顶板浅表位置能量集中度最低, 并沿深度方向逐渐升高; 柱-顶接触面边缘位置能量降梯度最大, 是导致煤体畸变滑移的重要原因。当顶煤厚度、残余边界距离和施载宽度为定值时, 柱-顶接触面临界荷载仅受顶煤体的黏聚力 c , 内摩擦角 φ 值影响。试验表明煤的 c , φ 值与应变率呈正相关, 上覆岩层运移过程中动压施载持续时间越短, 柱顶煤体表现出的极限承载能力越高。数值计算表明巷道顶板煤体的强化可提高柱-顶接触面煤体极限承载能力, 并有助于相邻墩柱和顶板之间形成更稳定的力链骨架, 降低墩柱“冲顶、倒柱”风险。结合王庄煤矿 91-101 风巷实际工程地质条件, 提出合理的支护参数和顶煤强化方案, 避免了“冲顶、倒柱”发生, 将围岩变形量控制在了合理范围。

关键词:综放工作面; 沿空留巷; 柱-顶接触面; 应力传递; 失稳判据

中图分类号: TD322 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-9993(2025)05-2394-19

Bearing rule and instability criterion of pier column roadside supports of GER in fully mechanized mining face

LIU Zilu¹, YU Weijian¹, MA Zhanguo^{3,4}, LI Ye², GONG Peng^{3,4}, WANG Ping¹, WU Genshui¹

(1. School of Resources, Environment and Safety Engineering, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201, China; 2. School of Civil Engineering, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201, China; 3. National Key Laboratory of Intelligent Construction and Health Operation and Maintenance in Deep Earth Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China; 4. School of Mechanics and Civil Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China)

Abstract: The stability of the rock mass at the interface between roadside supports and the roof is critical for gob-side entry retaining. To address the issue of 'roof piercing and column failure' caused by instability at the pier-column and roof contact interface in thick coal seam fully mechanized caving faces, analyzed the key loading stages on the underlying coal-rock roof during the main roof fracture and movement. A mechanical model was developed to simulate multi-span discon-

收稿日期: 2024-10-28 策划编辑: 韩晋平 责任编辑: 李雅楠 DOI: 10.13225/j.cnki.jccs.2024.1313

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (52174076, 52474096); 湖南省科技创新计划资助项目 (2024RC1065)

作者简介: 刘子璐 (1995—), 男, 河南辉县人, 博士。E-mail: liuzl@cumt.edu.cn

通讯作者: 余伟健 (1978—), 男, 江西都昌人, 教授, 博士。E-mail: ywjlah@163.com

引用格式: 刘子璐, 余伟健, 马占国, 等. 综放工作面沿空留巷墩柱巷旁支护承载规律及失稳判据[J]. 煤炭学报, 2025, 50(5): 2394-2412.

LIU Zilu, YU Weijian, MA Zhanguo, et al. Bearing rule and instability criterion of pier column roadside supports of GER in fully mechanized mining face[J]. Journal of China Coal Society, 2025, 50(5): 2394-2412.



移动阅读

tinuous loading, and an additional stress equation induced by the pier-column was derived. The stress transfer mechanism and instability modes at the pillar-roof interface were investigated, a slip model based on the Mohr-Coulomb criterion was constructed to identify the factors affecting the stability of the top coal. Experimental results indicated that energy concentration is highest near the pier-column top and decreases with depth, while the mid-span roof between adjacent columns exhibits lower shallow energy concentration, which increases with depth. The greatest energy gradient occurs at the pillar-roof interface edge, leading to coal deformation and slip. When top coal thickness, residual boundary distance, and loading width remain constant, the ultimate load is determined by the cohesion and friction angle of the top coal, both of which positively correlate with strain rate. Shorter dynamic pressure durations during overlying strata movement increase the ultimate bearing capacity at the pier top. Numerical simulations revealed that strengthening the coal at the roof improves the ultimate bearing capacity at the pillar-roof interface, creating a more stable force chain between columns and reducing the risk of “roof piercing and column failure”. Based on the 91-101 roadway at Wangzhuang Coal Mine, reasonable support parameters and a top coal reinforcement plan were proposed. Field implementation confirmed that this approach effectively prevented “roof piercing and column failure”, while keeping surrounding rock deformation within acceptable limits.

Key words: fully-mechanized top coal caving face; gob-side entry retaining; contact surface of column-roof; stress transmission; instability criterion

0 引 言

《“十四五”能源领域科技创新规划》提出“合理配置能源资源,提高能源资源利用率”^[1-2],煤炭行业向精细化、低碳化转型是必然趋势^[3]。过去,井工煤矿留设护巷宽煤柱导致大量煤炭资源无法采出,沿空留巷技术作为无煤柱开采的重要途径,不仅可以提高资源回收率,还具有缓解采掘接替矛盾、降低动力灾害风险、优化通风布局等优势,已逐步成为诸多煤企降本增效的重要手段之一^[4]。现阶段,沿空留巷的主要实现方式有:①定向切顶配合巷内大变形恒阻锚索支护实现自动成巷;②定向切顶配合巷旁支护(充填)体支撑顶板实现留巷;③矸石及其它固废材料充填采空区支撑上覆岩层实现留巷;④巷旁支护(充填)体支撑顶板诱导采空侧基本顶岩梁被动性二次破断并形成稳定结构,以上技术在我国各大矿区不同地质条件的薄及中厚煤层均有较多成功案例。而目前,厚煤层综放工作面沿空留巷仍面临诸多挑战,如强采动导致巷旁支护体压力大、巷内顶煤碎散导致承载力低、煤层采厚大导致采空区矸石充实率低、基本顶回转角大等^[5]。我国厚煤层矿区分布广泛,是能源供给的重要“粮仓”,在国家提倡绿色开采的政策背景下,开发适用于厚煤层综放工作面安全高效沿空留巷技术的需求十分迫切。

厚煤层放顶煤支架、巷内顶煤、采空区上覆岩层特殊的空间关系导致定向切顶受限,构筑巷旁支护结构诱导采空侧岩梁被动破断仍是厚煤层综放工作面沿空留巷的最主要手段,这就要求巷旁支护体应具有超高的承载力和稳定性。墩柱式巷旁支护体是一种

通过外层约束管体对内充材料施加围压使其处于三向应力状态的承压构件,表现出极高的承载能力。康红普等^[6]研发了泵充波纹管约束混凝土墩柱巷旁支护结构,配合自移式双柱单元支架辅助支撑顶板、水力卸压等措施,在陕西何家塔煤矿50108工作面沿空留巷取得了良好的应用效果。贾民等^[7]采用钢管内充砂石墩柱作为巷旁支护体,探究了砂石配比对墩柱极限承载力的影响趋势,讨论了内充砂石含水、振动因素对墩柱压缩量的影响,并在济宁2号煤矿9307运巷沿空留巷工程中成功应用。王军等^[8]提出“钢管混凝土+矸石墙”巷旁支护结构,试验研究了钢管混凝土墩柱极限承载力计算理论,分析了钢管混凝土墩柱作为沿空留巷巷旁支护体的适应性,在内蒙古长城煤矿1903北回采工作面运巷沿空留巷中进行实践并讨论了钢管混凝土巷旁支护体的经济性。黄万朋等^[9]开展了大量钢管混凝土墩柱承载力试验,探究了内充混凝土标号、截面含钢率、长细比等因素对钢管混凝土墩柱极限承载力的影响规律,试验发现直径为299 mm、长径比为2.57、内充C40混凝土时钢管混凝土的承载能力可达4 814 kN。以上研究表明,墩柱构件在不同地质条件下的薄及中厚煤层沿空留巷中表现出较强适应性和极高的承载能力,为厚煤层综放工作面沿空留巷基本顶在采空区侧被动破断提供了前置基础。

然而,高强墩柱应用在厚煤层综放工作面留巷过程中,经过顶煤破碎区段或基本顶周期来压剧烈时,时有“冲顶、倒柱”情况发生,导致其无法为上覆岩层提供承载力,最终表现为围岩变形量过大,不仅对沿空留巷二次复用造成困难,同时严重威胁矿井生产安全。经大量实地观测发现,巷旁支护墩柱发生“冲顶、

倒柱”的主要特征表现为其与巷内顶板煤岩接触面边缘位置的局部剪切,而非非巷旁支护墩柱自身结构的损坏,可见,柱-顶接触面煤体的稳定是厚煤层综放工作面墩柱巷旁支护沿空留巷成功的关键。

针对巷旁支护(充填)体与上方顶板岩体稳定性问题,诸多学者进行了深入研究。高峰等^[10]对基本顶给定变形下直接顶混合边界条件的复杂力学问题进行了系统研究,揭示了顶板下沉量、支架阻力、直接顶层厚、直接顶弹模和基本顶回转角之间的关系。王卫军等^[11]基于砌体梁理论,运用变分法对综放工作面沿空留巷基本顶给定变形作用下的顶煤变形量进行求解,探讨了巷旁支护阻力、顶煤弹性模量及巷道宽度等因素对综放工作面顶煤体下沉量的影响机制。张自政等^[12]针对巷旁充填区域直接顶岩体稳定性控制难的问题,建立了巷旁充填体上方直接顶弹性损伤力学模型,采用变分法推导了充填体上方直接顶应力表达式,结合新元煤矿 3107 工作面沿空留巷工程地质条件,提出了分区动态加固充填体区域直接顶稳定性控制方案。

前人研究在巷旁支护(充填)体区域上方直接顶稳定性问题上取得诸多积极成果,而墩柱式巷旁支护体采用“非连续”布置方式,承载机理与充填连续墙有所不同。截至目前,鲜有针对厚煤层综放工作面沿空留巷墩柱式巷旁支护体与煤岩顶板间传力机制及失稳条件等关键问题的系统研究。以山西潞安化工集团王庄煤矿 91-101 工作面风巷钢管混凝土墩柱巷旁支护沿空留巷工程为背景,对厚煤层综放工作面沿空留巷巷旁支护墩柱与顶板应力传递机制及柱-顶界面岩体稳定性问题进行系统研究,根据研究结论提出合理化建议,为综放工作面高强墩柱巷旁支护沿空留巷提供借鉴。

1 综放工作面沿空留巷覆岩运移特征

1.1 工程概况

王庄煤矿 91-101 工作面所采为 3 号煤层,赋存于二叠系山西组地层中下部,属陆相湖泊型沉积。煤层为低磷、低硫的优质动力煤,平均厚度 6.7 m,赋存稳定,平均埋深 558 m,平均倾角 4°。工作面煤壁高度 3.6 m(采高),支架上方顶煤平均厚度 3.1 m,采用放顶煤工艺开采,工作面内无冲击地压与应力集中区域。91-101 工作面地质信息如图 1a 所示。91-101 工作面风巷净宽 5 500 mm,净高 3 600 mm,巷道断面净面积 19.8 m²。两帮基本支护如图 1b 所示,巷道两帮支护每帮打设 4 根直径 22 mm,长度 2 000 mm 的高强螺纹钢锚杆,锚杆排距 900 mm,间距 1 000 mm。帮顶锚

杆距顶 300 mm,帮底锚杆距底 300 mm,帮顶锚杆向上偏斜 15°,其余帮锚杆垂直两帮煤壁打设。

顶板基本支护如图 1c 所示,每排打设直径 22 mm,长度 2 400 mm 的高强度螺纹钢锚杆 7 根,锚杆排距 900 mm,间距 850 mm,顶角锚杆距帮 200 mm,

柱状	厚度/m	岩性	层位	岩性描述
	2.7	细粒砂岩	上覆岩层	灰白色,裂隙发育,含白云母
	5.5	细砂岩	基本顶	灰白色,块状,主要为长石石英,钙质胶结
	5.0	泥岩	直接顶	灰白色,块状,主要为长石石英,钙质胶结
	6.7	3号煤层	煤	黑色,金属光泽
	6.0	砂质泥岩	直接底	黑色、块状、坚硬 断裂不均
	3.8	泥岩	基本底	深灰色,泥质结构,主要为黏土矿物,含植物化石

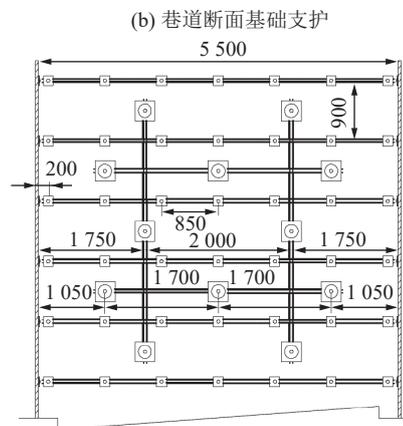
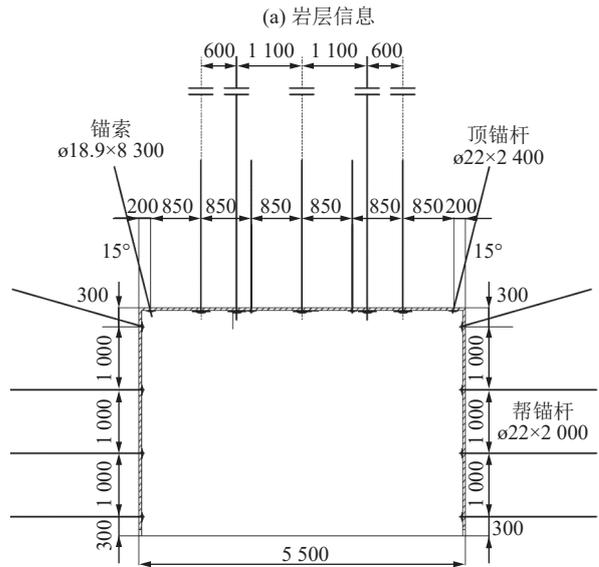


图 1 91-101 工作面风巷支护结构

Fig.1 91-101 ventilation roadway engineering and geological conditions

顶角锚杆向两帮倾斜 15° 打设。顶板锚索均采用直径为 18.9 mm 的预应力锚索, 锚索孔深度为 $8\ 000\text{ mm}$, 锚索长度 $8\ 300\text{ mm}$, 采用 3-2-3 布置方式。

1.2 综放工作面顶板运移关键阶段分析

巷内顶板煤岩体是综放工作面留巷巷旁支护体与上覆岩层间的重要传力介质, 其裂隙发育程度、力学特性、应力状态是影响巷旁支护体能否完全发挥承载性能的关键因素。巷内煤岩顶板在留巷过程中需经历 2 次以上的周期性扰动, 随着采空区上方岩层垮落运移, 巷旁支护(充填)体上方顶煤体及残余边界在此过程中主应力大小、方向随之发生变化, 对煤岩顶板完整性及塑性区范围造成影响。

根据矿山压力理论^[13]分析综放工作面沿空留巷巷内煤岩顶板在回采过程中各个阶段应力状态。综放工作面沿空留巷基本顶破断结构如图 2 所示, 工作面自开切眼推进至一定距离后上覆基本顶岩层发生“O-X”破断, 随后发生周期性“O-X”破断, 发生数次周期性破断后, 基本顶上方的控制岩层发生类似形态破断, 在此过程中对下方沿空留巷围岩造成持续的阶段性施载。

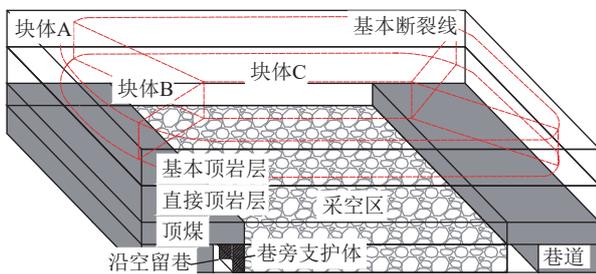


图 2 综放工作面采场覆岩破断特征

Fig.2 Fracture characteristics of main roof of GER in fully-mechanized top coal caving face

综放工作面沿空留巷煤岩顶板大体需经历 5 个阶段。

1) 超前影响阶段: 巷道顶板进入超前应力升高区后, 巷道回采一侧煤壁浅部进入塑性状态, 上覆岩层压力向煤壁更深位置分流, 回采侧顶板煤岩开始积累损伤。

2) 留巷阶段 1: 巷道顶板进入工作面煤壁后方不足一个周期来压距离, 采空区上方直接顶冒落, 端头支架顶煤残余边界在采空区侧形成悬露结构。

3) 留巷阶段 2(关键阶段): 后方留巷长度达到周期来压步距时, 基本顶发生破断, 带动巷旁支护体外侧顶煤残余边界发生同期垮落, 巷旁支护体与顶煤接触面在此阶段的稳定是影响沿空留巷整体效果的关键。

4) 留巷阶段 3: 留巷段与煤壁距离达到若干来压

步距后, 基本顶上方控制岩层可能发生“O-X”破断, 对下方沿空留巷围岩再次扰动, 基本顶上方控制岩层是否再次发生破断主要取决于采高及基本顶控制岩层垮落后能否完全充实采空区。

5) 留巷阶段 4: 沿空留巷距工作面煤壁超出动压范围, 采空区覆岩运移活动逐渐结束, 围岩逐渐进入稳定期。

2 非连续巷旁支护体与覆岩层应力传递机制

由于墩柱式巷旁支护体采用多跨非连续布置方式, 相互独立的墩柱与巷道顶板接触面岩体应力分布形式与传统连续式巷旁支护体存在差异。为揭示非连续布置条件下墩柱在巷道顶板岩体内引起的应力场分布及柱-顶应力传递机制, 建立多跨非连续巷旁支护条件下巷内顶板力学分析模型。

2.1 非连续巷旁支护沿空留巷力学模型建立

选取综放工作面钢管混凝土巷旁支护沿空留巷 2 个特征截面分析, 特征截面 I 垂直于工作面走向, 特征截面 II 沿工作面走向, 2 个特征截面正交, 交线竖穿过钢管混凝土柱心, 如图 3a 所示。

工作面端头区域 3 台支架范围顶煤不进行强制放落, 实地观测后发现留巷作业区后方顶煤体在采空区侧形成悬露结构, 因此, 综放工作面非连续巷旁支护沿空留巷围岩特征截面 I 如图 3b 所示, 特征截面 I 垂直于工作面走向, 左侧为沿空留巷实体煤帮, 右侧为端头顶煤段残余边界。特征截面 II 如图 3c 所示, 巷旁支护体为沿巷道走向非连续布置无限个重复循环结构, 将其对留巷顶板的作用力视为分段作用于顶板半无限平面的荷载集度, 循环中任意一个最小单元应力状态完全相同, 因此仅选取最小承载单元进行独立分析。

2.2 墩柱式留巷围岩特征截面力学分析

建立非连续巷旁支护作用下沿空留巷顶板应力分析模型, 如图 4 所示。特征截面 I 力学模型坐标原点 O 位于沿空留巷实体煤帮煤体弹塑性交界点上方, 特征截面 II 力学模型坐标原点 O 位于任意钢管混凝土墩柱中心。图 4 中 x 轴正方向为工作面倾向, y 轴正方向为沿空留巷走向, z 轴正方向为沿空留巷顶板深度方向。根据弹性力学求解原则, 特征截面巷道顶板应力分布为各承压构件在顶板引起的附加应力叠加。

对于特征截面 I, 沿空留巷顶板沿倾向应力分布特征由实体煤帮、巷内锚网索支护和钢管混凝土巷旁支护体共同影响, 图中 l_t 为顶煤残余边界长度。

实体煤帮支承应力在沿空留巷顶板引起的 z 和 x 方向附加应力 σ_{z1} 、 σ_{x1} 及切应力 τ_{xz1} 如下:

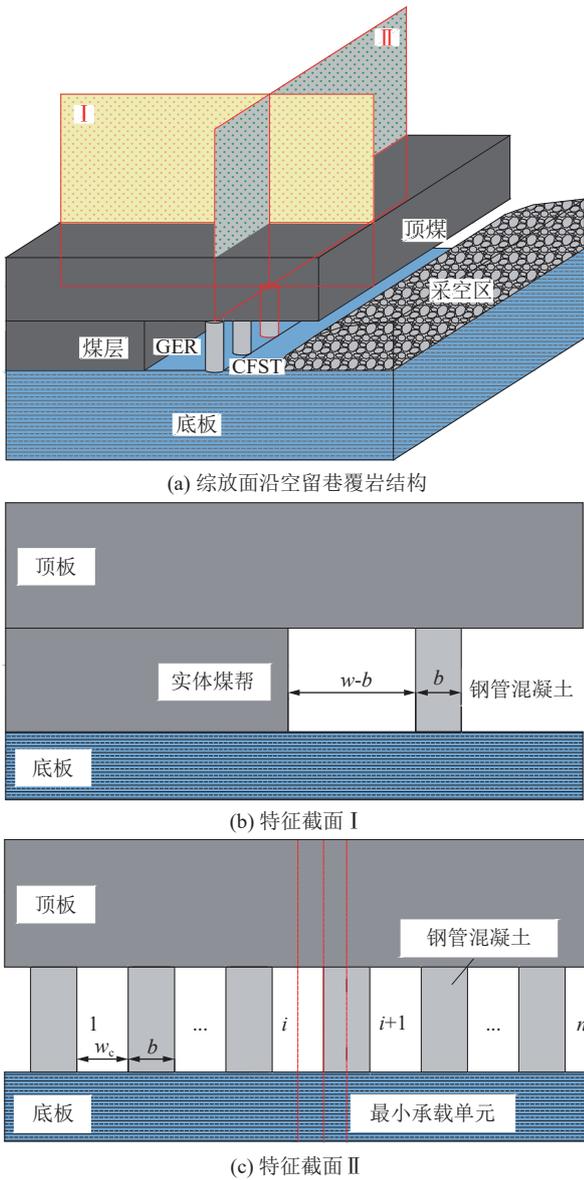


图 3 钢管混凝土非连续巷旁支护沿空留巷围岩特征截面
Fig.3 Characteristic cross-section of surrounding rock of GER with CFST non-continuous roadside support body

$$\begin{cases} \sigma_{z1} = \frac{3z^3}{2\pi} \int_0^{x_0} \frac{p_c}{R_1^5} d\xi \\ \sigma_{x1} = \frac{3}{2\pi} \int_0^{x_0} p_c \left[\frac{x^2 z}{R_1^5} + \frac{1-2\mu_r}{3} \left(\frac{R_1^2 - R_1 z - z^2}{R_1^3 (R_1 + z)} - \frac{x^2 (2R_1 + z)}{R_1^3 (R_1 + z)^2} \right) \right] d\xi \\ \tau_{xz1} = -\frac{3xz^2}{2\pi} \int_0^{x_0} \frac{p_c}{R_1^5} d\xi \end{cases} \quad (1)$$

式中： σ_{z1} 为实体煤帮在沿空留巷顶板引起的 z 方向的附加应力，MPa； σ_{x1} 为实体煤帮在沿空留巷顶板引起的 x 方向的附加应力，MPa； τ_{xz1} 为实体煤帮在沿空留巷顶板引起的切应力，MPa； p_c 为实体煤帮对巷道顶板的支承应力，关于 x 变量的函数，MPa； x_0 为煤体弹塑性交界点与巷道表面距离，m； μ_r 为巷内煤岩顶板泊

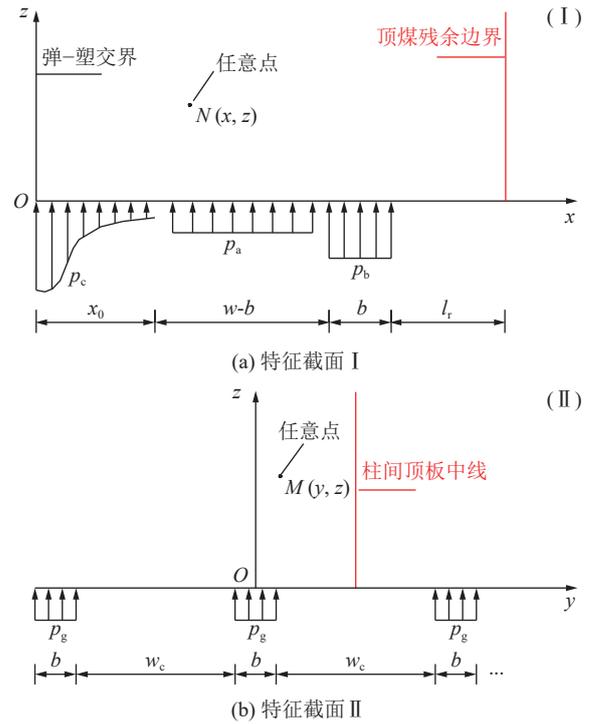


图 4 非连续巷旁支护作用下沿空留巷顶板应力分析模型
Fig.4 Analysis model of stress of GER roof under non-continuous roadside support condition

松比； R_1 为特征截面 I 中任意点与原点 O 的直线距离， m ，计算公式如下：

$$R_1 = \sqrt{(x-\xi)^2 + z^2} \quad (2)$$

实体煤帮支承应力对沿空留巷顶板造成的 z 、 x 方向位移 w_1 、 u_1 如式 (3) 所示：

$$\begin{cases} w_1 = \frac{1+\mu_r}{2\pi E_r} \int_0^{x_0} p_c \left[\frac{z^2}{R_1^3} + \frac{2(1-\mu_r)}{R_1} \right] d\xi \\ u_1 = \frac{1+\mu_r}{2\pi E_r} \int_0^{x_0} p_c \left[\frac{zx}{R_1^3} - \frac{x(1-2\mu_r)}{R_1(R_1+z)} \right] d\xi \end{cases} \quad (3)$$

式中： E_r 为巷内顶板岩体弹性模量，GPa。

巷内顶板锚杆索支护应力在沿空留巷顶板引起的 z 、 x 方向的附加应力和切应力 σ_{z2} 、 σ_{x2} 、 τ_{xz2} 如式 (4) 所示：

$$\begin{cases} \sigma_{z2} = \frac{3p_a z^3}{2\pi} \int_{x_0}^{x_0+w-b} \frac{1}{R_1^5} d\xi \\ \sigma_{x2} = \frac{3p_a}{2\pi} \int_{x_0}^{x_0+w-b} \left[\frac{x^2 z}{R_1^5} + \frac{1-2\mu_r}{3} \left(\frac{R_1^2 - R_1 z - z^2}{R_1^3 (R_1 + z)} - \frac{x^2 (2R_1 + z)}{R_1^3 (R_1 + z)^2} \right) \right] d\xi \\ \tau_{xz2} = -\frac{3xz^2 p_a}{2\pi} \int_{x_0}^{x_0+w-b} \frac{1}{R_1^5} d\xi \end{cases} \quad (4)$$

式中： σ_{z2} 为巷内顶板锚杆索在沿空留巷顶板引起的 z

方向的附加应力, MPa; σ_{x2} 为巷内顶板锚杆索在沿空留巷顶板引起的 x 方向的附加应力, MPa; τ_{xz2} 为巷内顶板锚杆索在沿空留巷顶板引起的切应力, MPa; p_a 为巷内顶板锚杆索支护强度, MPa; w 为巷道宽度, m; b 为巷旁支护体宽度, 其取值等于钢管混凝土直径, m。

巷内顶板锚杆索支护应力在沿空留巷顶板引起的 z 、 x 方向的位移 w_2 、 u_2 如式 (5) 所示:

$$\begin{cases} w_2 = \frac{(1+\mu_r)p_a}{2\pi E_r} \int_{x_0}^{x_0+w-b} \left[\frac{z^2}{R_1^3} + \frac{2(1-\mu_r)}{R_1} \right] d\xi \\ u_2 = \frac{(1+\mu_r)p_a}{2\pi E_r} \int_{x_0}^{x_0+w-b} \left[\frac{xz}{R_1^3} - \frac{x(1-2\mu_r)}{R_1(R_1+z)} \right] d\xi \end{cases} \quad (5)$$

钢管混凝土巷旁支护体在沿空留巷顶板引起 z 、 x 方向附加应力 σ_{z3} 、 σ_{x3} 及切应力 τ_{xz3} 如式 (6) 所示:

$$\begin{cases} \sigma_{z3} = \frac{3p_b z^3}{2\pi} \int_{x_0+w-b}^{x_0+w} \frac{1}{R_1^5} d\xi \\ \sigma_{x3} = \frac{3p_b}{2\pi} \int_{x_0+w-b}^{x_0+w} \left[\frac{x^2 z}{R_1^5} + \frac{1-2\mu_r}{3} \left(\frac{R_1^2 - R_1 z - z^2}{R_1^3 (R_1+z)} - \frac{x^2 (2R_1+z)}{R_1^3 (R_1+z)^2} \right) \right] d\xi \\ \tau_{xz3} = -\frac{3xz^2 p_b}{2\pi} \int_{x_0+w-b}^{x_0+w} \frac{1}{R_1^5} d\xi \end{cases} \quad (6)$$

式中: σ_{z3} 为钢管混凝土墩柱在沿空留巷顶板引起的 z 方向的附加应力, MPa; σ_{x3} 为钢管混凝土墩柱在沿空留巷顶板引起的 x 方向的附加应力, MPa; τ_{xz3} 为钢管混凝土墩柱在沿空留巷顶板引起的切应力, MPa; p_b 为巷旁平均支护强度, MPa。

钢管混凝土巷旁支护体在沿空留巷顶板引起的 z 、 x 方向位移 w_3 、 u_3 如式 (7) 所示:

$$\begin{cases} w_3 = \frac{(1+\mu_r)p_b}{2\pi E_r} \int_{x_0+w-b}^{x_0+w} \left[\frac{z^2}{R_1^3} + \frac{2(1-\mu_r)}{R_1} \right] d\xi \\ u_3 = \frac{(1+\mu_r)p_b}{2\pi E_r} \int_{x_0+w-b}^{x_0+w} \left[\frac{xz}{R_1^3} - \frac{x(1-2\mu_r)}{R_1(R_1+z)} \right] d\xi \end{cases} \quad (7)$$

根据叠加原理有:

$$\begin{cases} w_{II} = \frac{2p_b(w_c+b)(1+\mu_r)}{\pi^2 b E_r} \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \int_{i(w_c+b)-\frac{b}{2}}^{i(w_c+b)+\frac{b}{2}} \left[\frac{z^2}{R_{II}^3} + \frac{2(1-\mu_r)}{R_{II}} \right] d\xi \\ v_{II} = \frac{2p_b(w_c+b)(1+\mu_r)}{\pi^2 b E_r} \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \int_{i(w_c+b)-\frac{b}{2}}^{i(w_c+b)+\frac{b}{2}} \left[\frac{yz}{R_{II}^3} + \frac{y(1-2\mu_r)}{R_{II}(R_{II}+z)} \right] d\xi \end{cases} \quad (13)$$

2.3 非连续巷旁支护下顶板应变能分布

采用能量分析法对综放工作面沿空留巷非连续巷旁支护体跨中顶板变形势能进行分析, 岩体内部形变势能 V_e 如式 (14) 所示:

$$\begin{cases} V_{eI} = \frac{E_r}{2(1+\mu_r)} \iint \left[\frac{\mu_r}{1-2\mu_r} \left(\frac{\partial u_I}{\partial x} + \frac{\partial w_I}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_I}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_I}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_I}{\partial x} + \frac{\partial u_I}{\partial z} \right)^2 \right] dx dz \\ V_{eII} = \frac{E_r}{2(1+\mu_r)} \iint \left[\frac{\mu_r}{1-2\mu_r} \left(\frac{\partial v_{II}}{\partial y} + \frac{\partial w_{II}}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_{II}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_{II}}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w_{II}}{\partial y} + \frac{\partial v_{II}}{\partial z} \right)^2 \right] dy dz \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} \sigma_{z1} = \sigma_{z1} + \sigma_{z2} + \sigma_{z3} \\ \sigma_{x1} = \sigma_{x1} + \sigma_{x2} + \sigma_{x3} \\ \tau_{xz1} = \tau_{xz1} + \tau_{xz2} + \tau_{xz3} \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} w_1 = w_1 + w_2 + w_3 \\ u_1 = u_1 + u_2 + u_3 \end{cases} \quad (9)$$

式 (8)、式 (9) 分别为特征截面 I 内任意一点的应力和位移, 均为关于 x 、 z 的函数, 其中 $x \in (0, x_0+w+l_r)$, $z \geq 0$ 。

对于特征截面 II, 留巷顶板沿工作面走向附加应力主要是由钢管混凝土多跨非连续巷旁支护体荷载引起, 图 4b 中 p_g 为独立墩柱提供的荷载集度, 计算方法如式 (10) 所示:

$$p_g = \frac{4p_b(w_c+b)}{\pi b^2} \quad (10)$$

式中: p_b 为巷旁平均支护强度, MPa; w_c 为柱间净跨距, m。

钢管混凝土非连续巷旁支护体在沿空留巷顶板引起 z 、 y 方向附加应力 σ_{zII} 、 σ_{yII} 及切应力 τ_{yzII} 如式 (11) 所示:

$$\begin{cases} \sigma_{zII} = \frac{6p_b(w_c+b)z^3}{\pi^2 b} \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \int_{i(w_c+b)-\frac{b}{2}}^{i(w_c+b)+\frac{b}{2}} \frac{1}{R_{II}^5} d\xi \\ \sigma_{yII} = \frac{6p_b(w_c+b)}{\pi^2 b} \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \int_{i(w_c+b)-\frac{b}{2}}^{i(w_c+b)+\frac{b}{2}} \left\{ \frac{y^2 z}{R_{II}^5} + \frac{1-2\mu_r}{3} \left[\frac{R_{II}^2 - R_{II}z - z^2}{R_{II}^3 (R_{II}+z)} - \frac{y^2 (2R_{II}+z)}{R_{II}^3 (R_{II}+z)} \right] \right\} d\xi \\ \tau_{yzII} = -\frac{6p_b(w_c+b)yz^2}{\pi^2 b^2} \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \int_{i(w_c+b)-\frac{b}{2}}^{i(w_c+b)+\frac{b}{2}} \frac{1}{R_{II}^5} d\xi \end{cases} \quad (11)$$

式中: R_{II} 为特征截面 II 中任意点与原点 O 的直线距离, m, 计算式如下:

$$R_{II} = \sqrt{(y-\xi)^2 + z^2} \quad (12)$$

特征截面 II 顶板岩体 z 、 y 方向的位移 w_{II} 、 v_{II} 如式 (13) 所示:

$$V_e = \iiint V_e dx dy dz \quad (14)$$

式中: V_e 为岩体内部变形势能, kJ; v_e 为能量密度函数。

用位移分量表示的特征截面 I、II 形变势能如式 (15) 所示。对于特征截面 I, 顶板岩体任意一点在 x 和 z 方向发生微应变 δ_{uI} 和 δ_{wI} , 该点应变能拉格朗日变分方程如式 (16) 所示:

$$\delta V_{eI} = \iint (X\delta_{uI} + Z\delta_{wI})dx dz + \int (\bar{X}\delta_{uI} + \bar{Z}\delta_{wI})d\xi \quad (16)$$

对于特征截面 II, 顶板岩体任意一点在 y 和 z 方向发生微应变 δ_{vII} 和 δ_{wII} , 则该点的应变能拉格朗日变分方程如式 (17) 所示:

$$\delta V_{eII} = \iint (Y\delta_{vII} + Z\delta_{wII})dy dz + \int (\bar{Y}\delta_{vII} + \bar{Z}\delta_{wII})d\xi \quad (17)$$

将式 (9)、式 (13)、式 (15) 和分别代入式 (16)、式 (17) 可以得到综放工作面非连续巷旁支护沿空留巷顶板特征截面 I 和特征截面 II 的应变能方程。

结合王庄煤矿试验区巷道地质条件, 顶板锚支护阻力 p_a 为 0.6 MPa, 巷旁平均荷载 p_b 为 20.0 MPa, 实体煤帮支承力 p_c 为 18.8 MPa, 钢管混凝土直径 b 为 1 200 mm, 顶煤体弹性模量 E_r 为 1.63 GPa, 顶煤体泊松比 μ_r 为 0.21, 钢管混凝土间距 w_c 为 2 000 mm。将以上参数代入式 (13)、式 (17) 的联立式, 并导入 MATLAB 软件差分得到综放工作面非连续支护沿空留巷顶板特征截面 II 能量分布云图, 如图 5 所示。

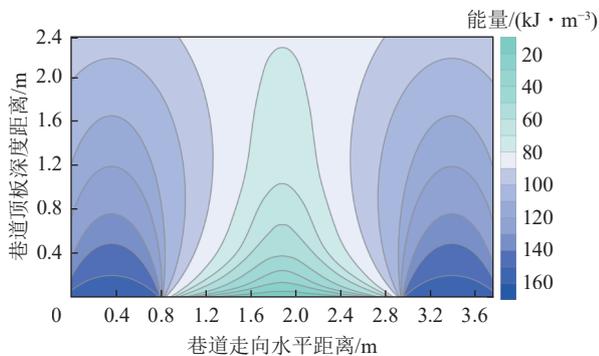


图 5 特征截面 II 顶板应变能分布特征

Fig.5 Characteristics of strain energy distribution in section II

由图 5 可知, 柱顶区域煤体能量积聚明显, 沿顶板深度方向能量集度逐渐降低, 相邻钢管混凝土跨中顶板浅表煤体能量集度低, 沿顶板深度方向逐渐升高, 柱-顶接触面边缘位置能量降低梯度最大。对于完整较好的顶煤体, 能量集度小于特定阈值时对煤体稳定性为正反馈, 而对于存在临空面的裂隙顶煤体, 较低的能量集度可导致煤体稳定性下降。沿空留巷顶煤体经历频繁扰动后完整性降低, 应变能集度过低可能导致碎散煤体稳定性劣化, 柱-顶接触面边缘位置能量集度大梯度降可能导致煤体产生畸变滑移。

3 墩柱区域顶煤体失稳模式及判据

3.1 墩柱区域顶煤体失稳模式

巷旁墩柱刚度远大于煤岩顶板刚度, 在研究柱-顶接触面煤岩体稳定性问题时, 可将墩柱施载端视为理想刚体, 换言之, 柱-顶接触面稳定性问题可划归为端承桩与岩石地基的稳定性问题。

自 Prandtl 提出的极限平衡理论以来, 诸多学者在此基础上提出了极限平衡法^[14-16]、滑移线法^[17-19]、有限元法^[20-22]等对其进行了修正完善, 经典极限平衡理论滑移模式如图 6 所示。极限平衡理论中被施载岩土体极限承载力计算方法可以统一归结为式 (18):

$$p_u = cN_c + pN_p + \frac{\gamma b}{2}N_\gamma \quad (18)$$

式中: p_u 为被施载岩土体的极限载荷, MPa; c 为被施载岩土体自身黏聚力, MPa; p 为岩土体所受均布荷载, MPa; γ 为岩土体重度, N/m³; N_c 、 N_p 、 N_γ 分别为与岩土体内摩擦角 φ 相关的承载力系数。

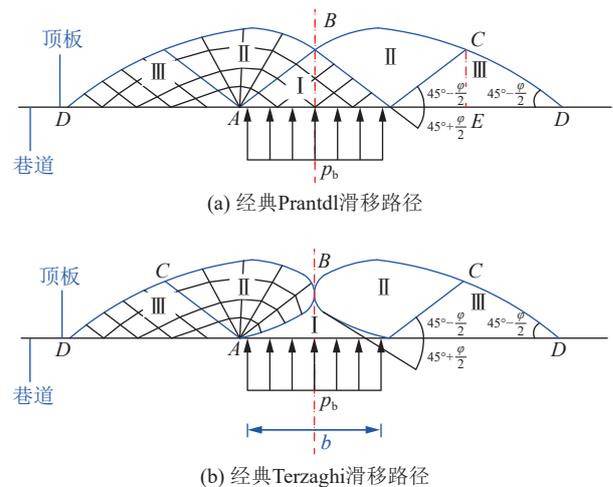


图 6 极限平衡理论岩体滑移路径

Fig.6 Slip path of limit equilibrium theory

极限平衡法通过假设被施载岩土体滑移路径, 并根据平衡条件进行求解。然而, 实际发现采用既定滑移路径解得的极限承载力误差值会随着被施载岩土体内摩擦角的增大而增大。KOPASCY^[23]针对此问题提出了变分极限平衡求解法, 通过变分原理将极限承载力的求解问题视为应力泛函的极值问题。周志雄等^[24]在此基础上, 将变分极限平衡法得到的基本方程转化为具有固定边界的两点边值问题, 并采用打靶法求解非线性微分方程, 得到了被施载岩土体极限承载力的精确解。而一般情况下, 煤岩体内摩擦角远大于土体, 且受到煤岩体自身节理、裂隙等因素的影响, 采用经典平衡理论计算可能存在较大误差。F G Bell

和 Duncan C wyllie 认为,岩石地基破坏模式可以划分为剪切、冲切、劈裂、弹性及单轴压缩破坏。其中冲切和剪切 2 种破坏最为常见,墩柱沿空留巷过程中最为常见的“冲顶、倒柱”对应即为煤岩顶板的冲切和剪切破坏。冲切模式下,极限承载力计算方法如式 (19) 所示:

$$p_u = \tau_s Ah \quad (19)$$

式中: τ_s 为被施载岩体抗剪强度, MPa; A 为岩体被施载面积, mm^2 ; h 为被施载岩层厚度, m。

而对于“倒柱”现象,其破坏模式相对复杂,在众多学者研究基础上,根据现场观测综放工作面沿空留巷煤岩顶板在基本顶发生一次破断后形成的残余结构,提出以下基本假定:①施载体为理想刚体,与被施载面之间存在界面摩擦力且不与被施载平面发生切向滑移;②被施载岩体达到极限承载力时发生整体性的剪切破坏,滑移面起点经过施载刚体边缘;③被施载岩体满足 Mohr-Coulomb 强度准则;④施载刚体在岩体作用力为均布荷载;⑤沿空留巷基本顶未发生垮落时柱-顶接触面煤岩体呈现 Prandtl 滑移模式,基本顶周期破断导致顶煤和直接顶发生同期破断后,柱-顶接触面煤岩体呈现对数螺旋线破坏模式。

3.2 墩柱区域顶煤体失稳判据

基本顶岩层发生周期性破断前后是墩柱与顶板煤岩接触面滑移破坏的危险阶段(柱顶煤岩滑移破坏通常发生在沿空留巷的第三阶段),此时不放煤段的顶煤随基本顶同期垮落,巷旁支护体外侧顶煤残余边界如图 7 所示。

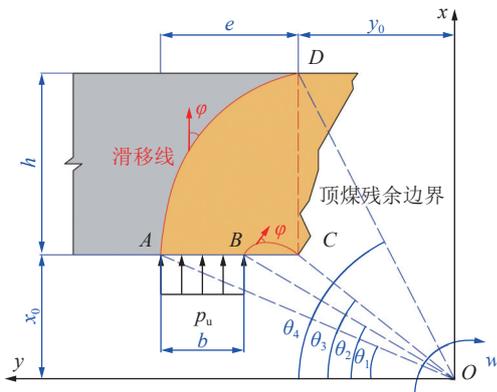


图 7 煤岩顶板残余边界对数螺旋线滑移轨迹

Fig.7 Logarithmic spiral sliding trajectory of residual boundary of coal rock roof

图 7 为对数螺旋线破坏模型,墩柱上方煤岩顶板滑移路径由对数螺旋线 AD 和 BC 构成。墩柱直径为 b ,煤岩顶板厚度为 h ,作用荷载与残余边界距离为 e , C 点在坐标系中的坐标为 (x_0, y_0) 。 OA 、 OB 、 OC 、 OD

与 y 轴夹角分别为 $\theta_i, i=1\sim 4$ 。滑移模型有以下几何关系,如式 (20) 所示:

$$\begin{cases} r_{OA} = \frac{b \sin \theta_2}{\sin (\theta_2 - \theta_1)} \\ r_{OB} = \frac{b \sin \theta_1}{\sin (\theta_2 - \theta_1)} \\ y_0 = r_{OA} \cos \theta_1 - e \\ x_0 = r_{OA} \sin \theta_1 \\ r_{OC} = \sqrt{x_0^2 + y_0^2} \\ r_{OD} = \sqrt{(x_0 + h)^2 + y_0^2} \end{cases} \quad (20)$$

滑移线上任意一点均绕 O 点以角速度 w 转动,且遵守关联流动法则,滑移线任意一点速度矢量与切线夹角等于煤岩体自身内摩擦角 φ ,滑移线 AD 和 BC 轨迹方程满足式 (21):

$$\begin{cases} \frac{r_{OA}}{r_{OD}} = \exp [(\theta_4 - \theta_1) - \tan \varphi] \\ \frac{r_{OB}}{r_{OC}} = \exp [(\theta_3 - \theta_2) - \tan \varphi] \end{cases} \quad (21)$$

由虚功原理,设墩柱顶部荷载做总功为 P ,计算公式如下:

$$P = \int_{\theta}^{\theta_2} \frac{r_{OA}}{\sin \theta} \sin \theta_1 w \cos \theta p_u \frac{r_{OA}}{\sin^2 \theta} \sin \theta_1 d\theta = \frac{1}{2} p_u w r_{OA}^2 \psi_1 \quad (22)$$

式中: $\psi_1 = \left(1 - \frac{\sin^2 \theta_1}{\sin^2 \theta_2}\right)$; p_u 为柱-顶接触面岩体失稳临界荷载, MPa。

顶板煤岩体发生滑移过程中的内能消耗量 W 如式 (23) 所示:

$$W = \int_{\theta_1}^{\theta_4} c \frac{r_{AD} d\theta}{\cos \varphi} w r_{AD} \cos \varphi + \int_{\theta_2}^{\theta_3} c \frac{r_{BC} d\theta}{\cos \varphi} \times w r_{BC} \cos \varphi = c w (r_{OA}^2 \psi_2 + r_{OB}^2 \psi_3) \quad (23)$$

式中: c 为煤岩体黏聚力, MPa;

$$\psi_2 = \frac{\exp [2(\theta_4 - \theta_1) \tan \varphi] - 1}{2 \tan \varphi}$$

$$\psi_3 = \frac{\exp [2(\theta_3 - \theta_2) \tan \varphi] - 1}{2 \tan \varphi}$$

将式 (22)、式 (23) 联立可得基本顶破断后巷旁支护墩柱与煤岩顶板接触面临界失稳荷载,如式 (24) 所示:

$$p_u = c \frac{r_{OA}^2 \psi_2 + r_{OB}^2 \psi_3}{r_{OA}^2 \psi_1} \quad (24)$$

此外,发生滑移失稳的物理约束如式 (25) 所示:

$$\begin{cases} r_{OB} < r_{OA} \\ 0 < x_0 \\ 0 < \theta_1 < \theta_2 < \pi/2 \end{cases} \quad (25)$$

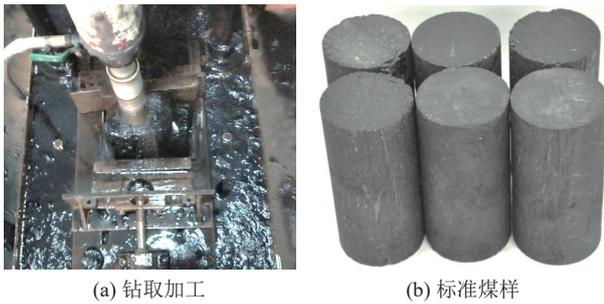
满足上述物理约束情况下,在煤岩顶板厚度、作用荷载与残余边界距离、墩柱直径为定值时,柱-顶接触面极限荷载 p_u 是仅关于顶煤体黏聚力 c 和摩擦角 φ 的解析函数。

4 不同围压及加载率下煤的 c 、 φ 值演化规律

4.1 试验方案

由推导可知,顶煤体的黏聚力 c 和摩擦角 φ 是影响柱-顶临界荷载的关键因素,而沿空留巷基本顶破断对下位巷道顶煤体产生动压,煤体在不同施载速率下表现出的 c 、 φ 值可能有所差异,进而影响柱顶煤体的极限承载能力,开展室内试验探究不同加载速率下煤岩内聚力和摩擦角变化趋势。

试验煤样取自王庄煤矿 91-101 工作面,加工制作为 50 mm×100 mm 标准试样,如图 8 所示。



(a) 钻取加工 (b) 标准煤样

图 8 标准煤样制作

Fig.8 Standard coal rock sample processing

加载围压 σ_3 分别设置为 0、5、10、15 MPa,纵向加载速率分别为 1×10^{-6} 、 1×10^{-5} 、 1×10^{-4} 、 $1 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ 。煤样不同围压及应变率三轴力学试验在 GCTS 试验系统进行(图 9),煤样实测尺寸及加载方案见表 1。



图 9 GCTS 岩石三轴试验系统

Fig.9 GCTS rock triaxial test system^[25]

4.2 试验结果

由煤样的应力-应变曲线(图 10)可以看出,无侧限条件下煤样脆性破坏特征明显,随着围压增加峰值

表 1 煤样三轴试验方案

Table 1 Triaxial test plan for coal samples

试样编号	直径/mm	高度/mm	围压/MPa	应变率/s ⁻¹
WZC-I-1	49.87	100.12	0	10 ⁻⁶
WZC-I-2	49.92	100.16	0	10 ⁻⁵
WZC-I-3	49.68	99.98	0	10 ⁻⁴
WZC-I-4	49.92	99.76	0	10 ⁻³
WZC-II-1	49.70	99.32	5	10 ⁻⁶
WZC-II-2	49.85	100.18	5	10 ⁻⁵
WZC-II-3	49.83	100.24	5	10 ⁻⁴
WZC-II-4	49.68	100.03	5	10 ⁻³
WZC-III-1	49.91	100.12	10	10 ⁻⁶
WZC-III-2	49.96	99.86	10	10 ⁻⁵
WZC-III-3	49.95	99.99	10	10 ⁻⁴
WZC-III-4	49.97	100.02	10	10 ⁻³
WZC-IV-1	49.83	100.26	15	10 ⁻⁶
WZC-IV-2	49.88	100.18	15	10 ⁻⁵
WZC-IV-3	49.87	100.32	15	10 ⁻⁴
WZC-IV-4	49.93	100.26	15	10 ⁻³

应力和相应的轴向应变增加,峰值后应力-轴向应变曲线变得相对平缓,呈现出延性破坏特征。围压相同时,峰值后应力-应变曲线随应变率降低而变得相对平缓,应变率主要影响体现在应力-应变曲线的峰值和峰值后阶段。由此可见,综放工作面沿空留巷中,基本顶破断过程中对下位顶煤体的施载速率是影响巷旁支护体与顶煤体接触面稳定性的重要因素。

由于无侧限压缩试验中没有围压约束,煤样侧向变形较大,当围压大于 5 MPa 时,侧向应变曲线变化趋势与轴向应变基本相同,但增速随应变率增加而逐渐放缓。

图 11 为煤样在不同应变率下轴向峰值荷载与围压的关系,恒定应变率条件下,试验峰值荷载与围压呈线性正相关,即 $N=ax+b$ 。不同应变率下的煤的线性回归包络线如图 12 所示,回归参数见表 2。

根据 Mohr-Coulomb 准则,峰值强度和围压的关系为 $\sigma_1=m\sigma_3+n$,其中 m, n 和 c, φ 间的关系可表示为

$$\begin{cases} m = \tan^2\left(45 + \frac{\varphi}{2}\right) \\ n = \frac{2c \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} \end{cases} \quad (26)$$

进一步有

$$\begin{cases} \varphi = \arcsin\left(\frac{m-1}{m+1}\right) \\ c = \frac{n(1 - \sin \varphi)}{2 \cos \varphi} \end{cases} \quad (27)$$

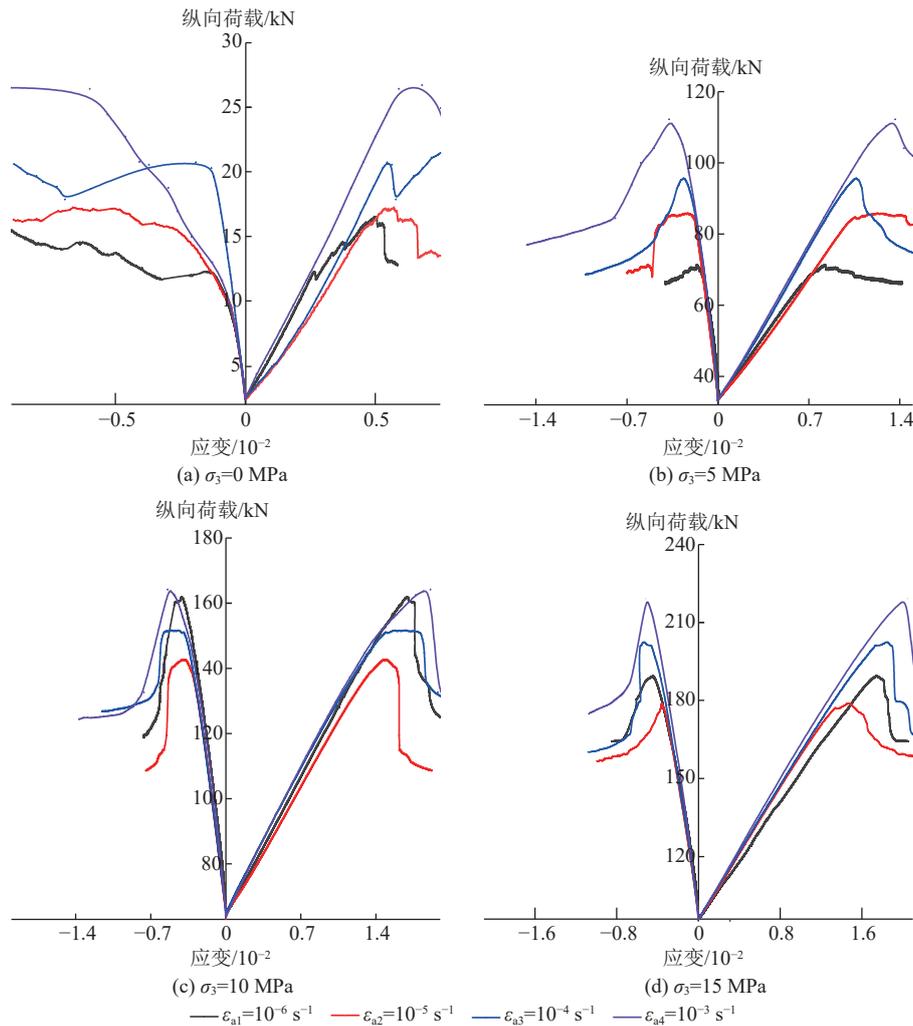


图 10 不同加载速率下煤的应变特性

Fig.10 Strain characteristics of coal under different loading rates

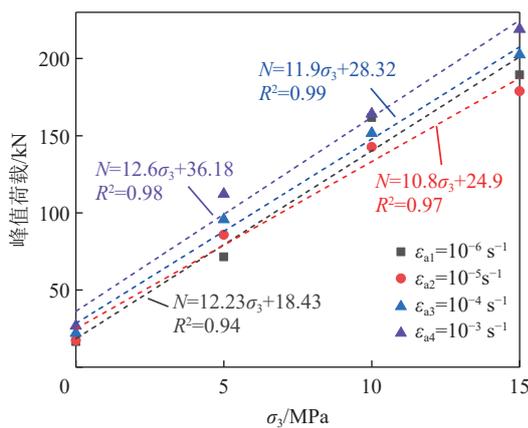


图 11 不同加载速率下煤样轴向峰值荷载

Fig.11 Axial peak load of coal samples at different loading rates

结合式 (26)、式 (27) 可得到煤样的峰值强度参数。表 3 为煤样的峰值强度参数。应变率对煤岩的黏聚力 c 和内摩擦角 φ 有明显影响, 黏聚力 c 和内摩擦角 φ 均随着应变率的增加而增加。

由图 13 可知, 随着应变率增加, 煤的黏聚力 c 和

内摩擦角 φ 与应变率的关系呈正相关。由此可知, 在综放工作面沿空留巷中, 顶煤和巷旁支护体接触区域煤体的稳定性受基本顶破断过程中对下位巷道顶煤施载速率影响。在采高、直接顶厚度、基本顶极限抗拉强度等固定不变时, 基本顶对下位岩层施载过程持续时间越短, 巷旁支护体上方区域顶煤体极限承载能力越高。

5 柱-顶承载系统稳定性数值模型计算

为进一步理解柱-顶接触面岩体滑移行为, 建立 FLAC-PFC^{3d} 耦合计算模型, 探究巷内煤岩顶板关键参数对沿空留巷顶板稳定性的影响规律。

5.1 耦合原理及模型建立

通过 Wall-Zone 耦合柔性边界实现 FLAC^{3d} 和 PFC^{3d} 耦合, 利用单元表面与三角形墙的几何匹配建立颗粒接触力与实体单元间的传力。墙体由于颗粒作用于产生的接触力和接触弯矩, 采用等效分配法分配到墙体顶点, 参与 Zone 单元的计算, 并反馈给离散

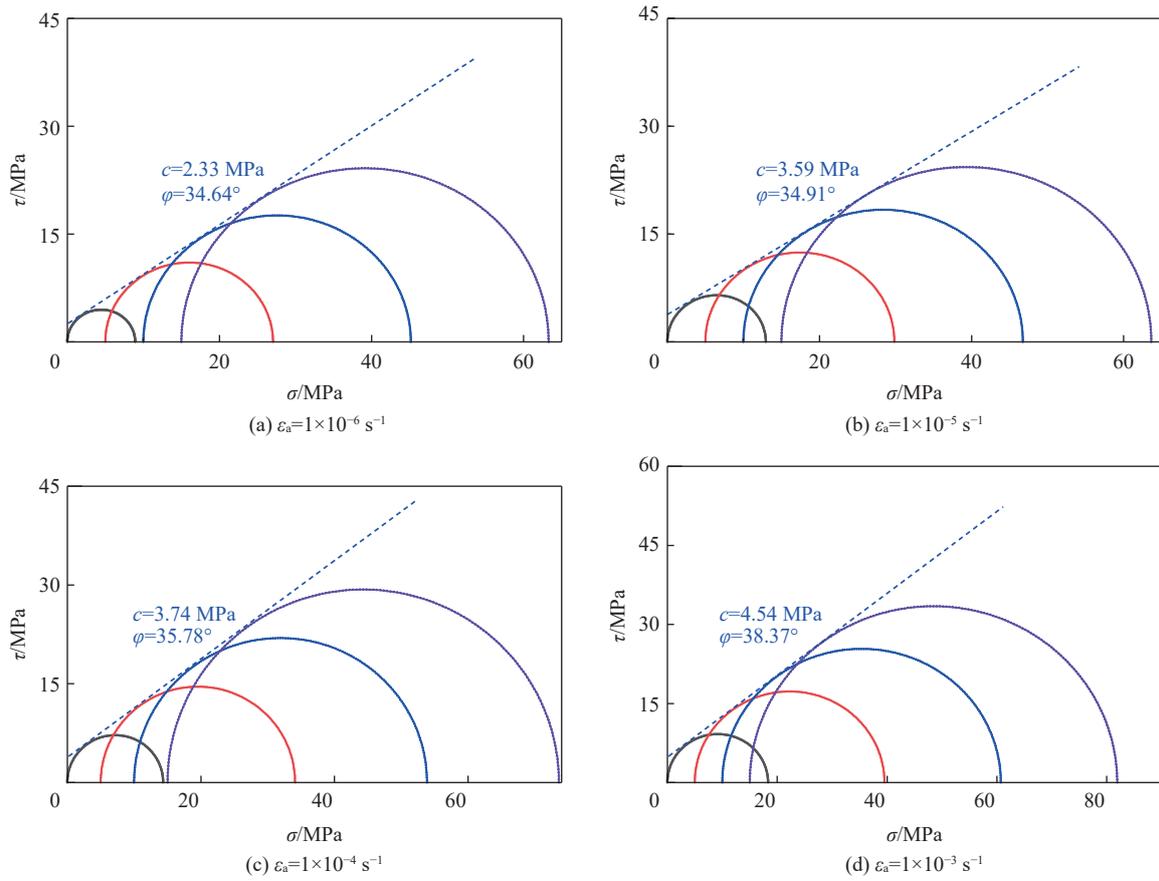


图 12 不同应变率下煤的莫尔圆包络线

Fig.12 Moir circular envelope of coal on different strain rates

表 2 围压-峰值荷载线性回归参数

Table 2 Linear regression parameters of confining pressure peak load

$\dot{\epsilon}_a/s^{-1}$	a	b	R^2
1×10^{-6}	12.2	18.43	0.94
1×10^{-5}	10.8	24.90	0.97
1×10^{-4}	11.9	28.32	0.99
1×10^{-3}	12.6	36.18	0.98

表 3 不同应变率下煤的 c 、 ϕ 值

Table 3 c and ϕ values of coal under different strain rates

$\dot{\epsilon}_a/s^{-1}$	m	n/MPa	R^2	c/MPa	$\phi/(\circ)$
1×10^{-6}	3.63	8.87	0.94	2.33	34.64
1×10^{-5}	3.67	13.76	0.96	3.59	34.91
1×10^{-4}	3.82	14.54	0.98	3.72	35.78
1×10^{-3}	4.27	18.66	0.95	4.51	38.37

区域。假定球与墙面相交于点 C , 点 P 为墙面上距离 C 点最近的点。采用等效力分配的方法将作用在点 C 的力与力矩分配到墙体顶点 x_1 、 x_2 与 x_3 , 随后传递到对应的 Zone 单元, Zone 单元根据节点作用力和弯矩获取节点位置和速度。各节点的力与弯矩满足等

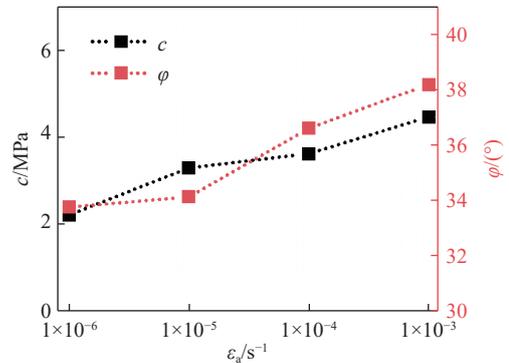


图 13 煤 c 、 ϕ 值与应变率关系

Fig.13 Relationship between coal c , ϕ values and strain rate

效力分配方法, 节点力在局部坐标系中分解为 x 、 y 和 z 方向上的分量, 如图 14 所示。

颗粒单元与墙体间传力机制如式 (28) 所示:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_{i,j} = F_j \\ \sum R_{i,y} F_{i,x} = -M_z \\ \sum R_{i,z} F_{i,x} = -M_y \\ \sum R_{i,y} F_{i,z} - R_{i,z} F_{i,y} = M_x \\ \sum R_{i,z} F_{i,z} = 0 \end{array} \right. \quad (28)$$

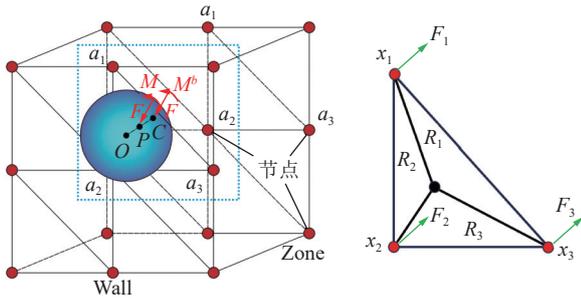


图 14 Wall-Zone 柔性边界节点耦合

Fig.14 Wall-Zone flexible boundary node coupling

式中: $M_i(i=x, y, z)$ 为作用在三角形墙体各坐标系方向上的弯矩, $N \cdot m$; $R_{ij}(i=1, 2, 3; j=x, y, z)$ 为接触点 C 到墙体最近点的距离, m ; $F_{ij}(i=1, 2, 3; j=x, y, z)$ 为节点各局部坐标系方向上的分力, N ; F 为作用于接触点 C 的力, N 。

颗粒界面接触采用 Linearbond 模型, Linearbond 模型在 Linear 模型的基础上通过在球体颗粒之间建立平行黏结键, 可更好地描述岩体的剪切滑移行为, 平行黏结键可以传递力和力矩, 球体接触面之间产生相对运动时黏结键产生一个法向力和力矩, 当法向力和力矩超出阈值时, 球体间黏结键失效, 并退化为 Linear 模型。Linear 和 Linearbond 弹簧阻尼模型如图 15 所示。

图 15 中, k_n, k_s 分别为线性弹簧法向和切向刚度; \bar{k}_n, \bar{k}_s 分别为平行黏结键的法向和切向刚度; β_n 为阻尼元件法向临界阻尼比; β_s 为阻尼元件切向临界阻尼比; g_s 为接触面间隙 g_c 和参考间隙 g_r 的差值, 当 g_s 小

于或等于 0 时, 球体平行黏结键作用, 当 g_s 大于 0 时, 平行黏结键失效, 退化为 Linear 模型; μ 为摩擦系数; σ_c 为平行黏结键法向力; \bar{c} 和 $\bar{\varphi}$ 分别为黏结键黏聚力和摩擦角。球体接触面力 F_c 可分解为线性分量 F^l 和阻尼分量 F^d , 如式 (29) 所示:

$$F_c = F^l + F^d + \bar{F} \quad (29)$$

$$M_c = \bar{M}$$

式中: F^l 为接触面力线性分量; F^d 为接触面阻尼分量; \bar{F} 为平行黏结键力, 可分解为法向和切向力, N ; \bar{M} 为平行黏结键力矩, 可分解为扭转和力矩和弯矩, $N \cdot m$, 如式 (30) 所示:

$$\bar{F} = -\bar{F}_n \hat{n}_c + \bar{F}_s \quad (30)$$

$$\bar{M} = \bar{M}_t \hat{n}_c + \bar{M}_b$$

式中: \bar{F}_n 为平行黏结键法向力, N ; \bar{F}_s 为平行黏结键切向力, N ; \bar{M}_t 为平行黏结键扭转力矩, $N \cdot m$; \bar{M}_b 为平行黏结键弯矩, $N \cdot m$; \hat{n}_c 为接触面法向向量。

5.2 参数选取及合理性验证

根据 Linearbond 模型特点对平行键参数进行调整, 通过式 (31)~式 (33) 将前节煤样力学试验所得结果换算为模型取值:

$$\begin{cases} k_n = a_n E_c R_p \\ k_t = a_t E_c R_p \end{cases} \quad (31)$$

$$f_{\max} = \tau_b \cdot A_c \quad (32)$$

$$\mu_{pb} = \frac{F_f}{F_n} \quad (33)$$

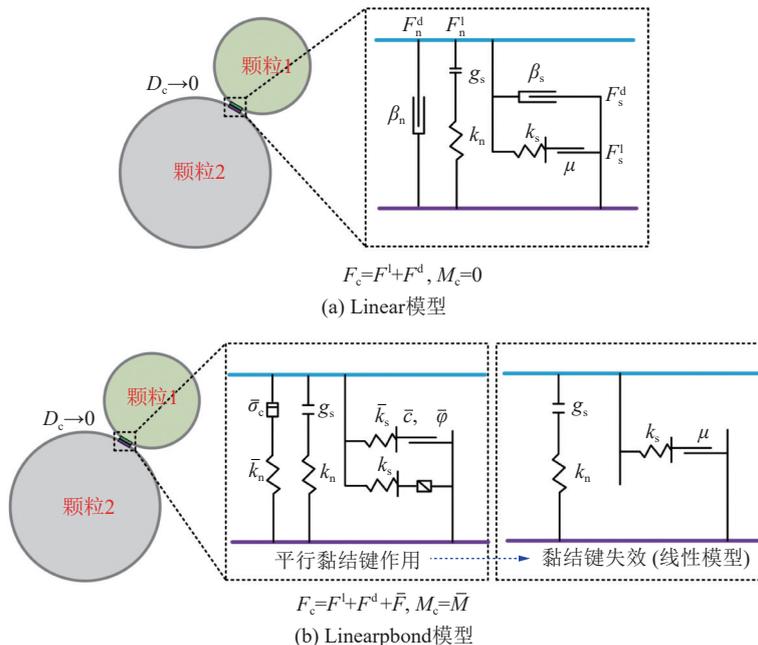


图 15 球体颗粒接触键弹簧阻尼模型

Fig.15 Spring-damping model of spherical particle contact key

式中: k_n 和 k_t 分别为线性弹簧法向刚度和颗粒间的切向接触刚度, GPa; a_n 和 a_t 分别为颗粒间的法向和切向刚度系数; E_c 为煤原始弹性模量, GPa; R_p 为颗粒平均半径, mm; f_{\max} 为平行黏结强度, MPa; τ_0 为煤体黏聚力, MPa; A_c 为颗粒接触面积, mm^2 。本模型中总颗粒数设定为 328 015 个, 颗粒直径范围 5.6~10.5 mm, 计算得到模型取值见表 4。

表 4 煤岩球体颗粒单元接触面参数设置

Table 4 PFC particle unit contact surface parameter setting

参数	数值	参数	取值
接触模量/MPa	5.2		6.0
黏结键模量/MPa	5.2	黏结键黏聚力/MPa	3.6
颗粒刚性比	1.5		2.5
黏结键刚度比	1.5		45
摩擦因数	0.4	黏结键内摩擦角/(°)	40
半径因子	1.1		35
	7.6		
黏结键强度/MPa	5.6		
	2.5		

为验证 PFC 离散元模型参数合理性, 建立标准尺寸圆柱体煤试样计算模型进行单轴压缩, 与试验所得应力应变曲线进行对比, 如图 16 所示。结果表明, 数值模型与试验结果吻合度较好, 保证了沿空留巷模型计算结果的有效性。

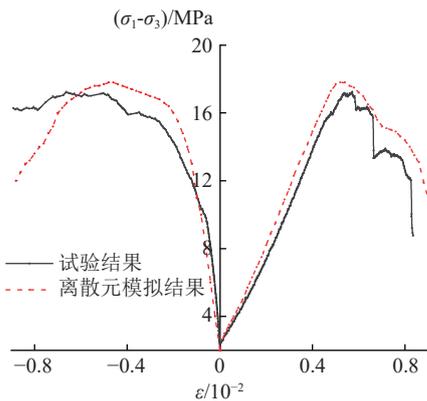


图 16 离散元计算与试验应力应变曲线对比

Fig.16 Comparison between discrete element method calculation and experimental stress strain curves

5.3 模型计算结果

探究岩性参数对沿空留巷顶板稳定性的影响规律, 模拟方案为: 钢管混凝土墩柱直径 1 200 mm、间距 2 000 mm、弹模 40 GPa。煤岩顶板黏聚力和内摩擦角换算值分别为 $c=3.2$ MPa、 $\varphi=19^\circ$, $c=4.1$ MPa、 $\varphi=26^\circ$, $c=5.9$ MPa、 $\varphi=28^\circ$, $c=6.8$ MPa、 $\varphi=30^\circ$ 这 4 种组合。

钢管混凝土墩柱巷旁支护条件下沿空留巷“小结构”围岩力链分布特征如图 17 所示。随着顶煤体内摩擦角 c 和黏聚力 φ 的增大, 柱顶强力链占比显著提高。巷道顶板煤体 c 、 φ 取值为 3.2 MPa、 19° 时, 墩柱上方顶煤强力链占比仅为 46%, 柱-顶接触面边界区域出现明显的应力集中, 墩柱边缘产生了滑移。当巷道顶板煤体 c 、 φ 取值为 6.8 MPa、 30° 时, 墩柱上方区域顶煤强力链占比上升至 90%, 墩柱与顶煤接触面区域的强力链与实体煤侧顶板强力链连通形成类似“承载壳”的应力骨架。

由图 18 可知, 相邻钢管混凝土墩柱间顶板分布的强力链构成相互独立的“强力链拱”小单元, 相邻“强力链拱”小单元在顶板煤体更深位置连通构成更大的应力骨架, 随着顶煤体 c 、 φ 值增大, 柱间顶板浅部原有弱力链增强为强力链。

巷道顶板煤体 c 、 φ 取值为 3.2 MPa、 19° 时, 顶板煤体应力骨架中强力链占比约 72%。巷道顶板煤体 c 、 φ 取值为 4.1 MPa、 26° 时, 顶板煤体应力骨架中强力链占比约 82%。巷道顶板煤体 c 、 φ 取值为 5.9 MPa、 28° 时, 顶板煤体应力骨架中强力链占比约 89%。巷道顶板煤体 c 、 φ 取值为 6.8 MPa、 30° 时, 顶板煤体应力骨架中强力链占比约 93%。

由数值计算可知, 巷道顶板煤性的强化可以提高钢管混凝土柱与顶板接触面煤体极限承载能力, 降低发生“冲顶、倒柱”风险。同时, 煤岩顶板作为传力介质, 其岩性的强化可使相互独立的钢管混凝土之间形成更稳定的力链骨架, 提高柱间顶板煤体稳定性。

为探究钢管混凝土直径对柱-顶承载系统稳定性的影响规律, 选取 c 、 φ 值为 4.1 MPa、 26° , 直径为 1 000、1 100、1 200、1 300 mm 的 4 种方案进行分析, 不同钢管混凝土直径时沿空留巷围岩竖向位移云图如图 19 所示。随着钢管混凝土直径增大, 沿空留巷实体煤帮和巷道顶板岩体在竖直方向位移量呈现减小趋势。钢管混凝土直径为 1 000 mm 时, 巷内顶煤体发生了整体性沉降, 对实体煤帮顶角产生了明显的挤压效应, 且由于钢管混凝土在沿空留巷围岩系统中属于较大刚度单元, 柱顶煤体颗粒簇受到高应力后向四周侧向滑移流动, 最终表现为钢管混凝土“钻顶”现象, 巷内顶板最大竖向位移约为 197 mm, 柱间顶板最大竖向位移 126 mm。钢管混凝土直径为 1 100 mm 时, 实体煤帮和巷内顶煤沉降量相较于直径为 1 000 mm 时略有减小, 但钢管混凝土仍出现了“钻顶”现象, 巷内顶板最大竖向位移约为 183 mm, 柱间顶板最大竖向位移约 116 mm。钢管混凝土直径为 1 200 mm 时, 巷道顶煤体沉降量相较于直径 1 100 mm 时发生

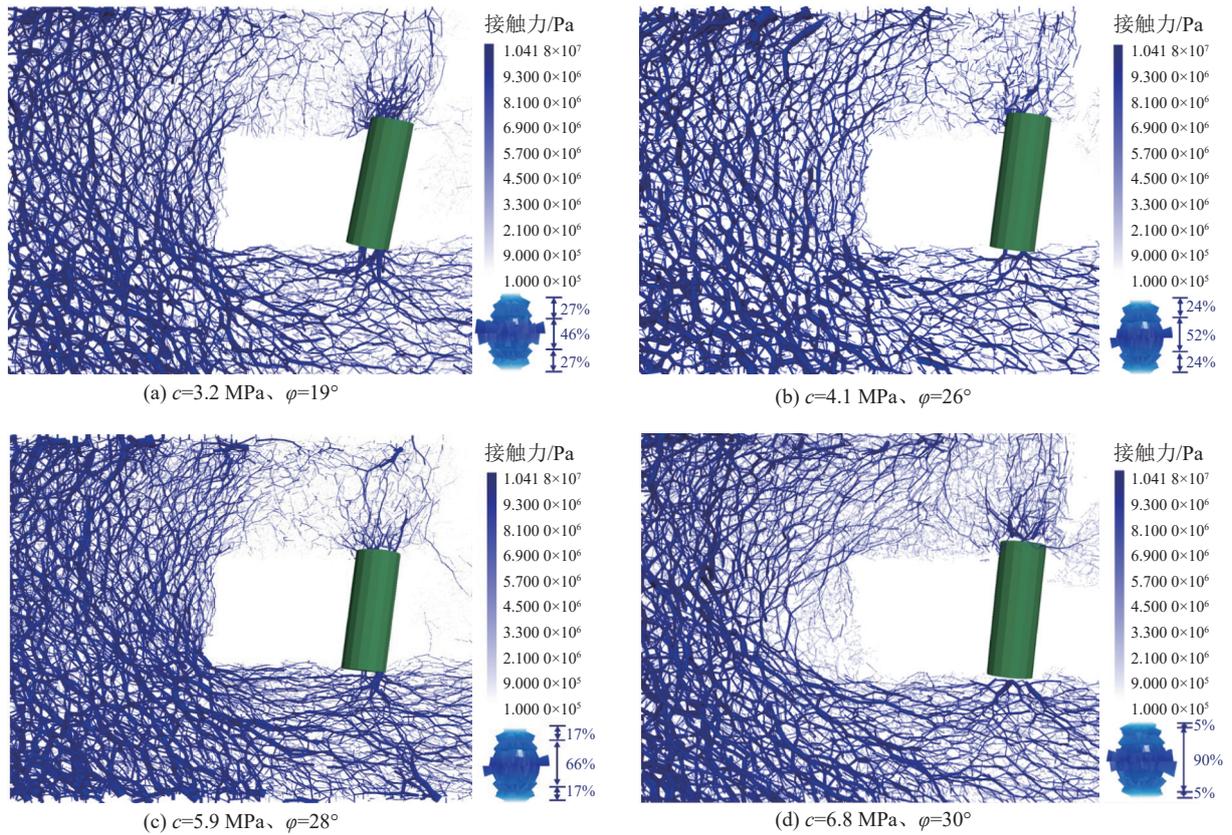


图 17 顶煤 c 、 φ 值对顶板强力链分布特征的影响—倾向

Fig.17 Influence of c and φ of top coal on distribution characteristics of strong force chain in GER roof

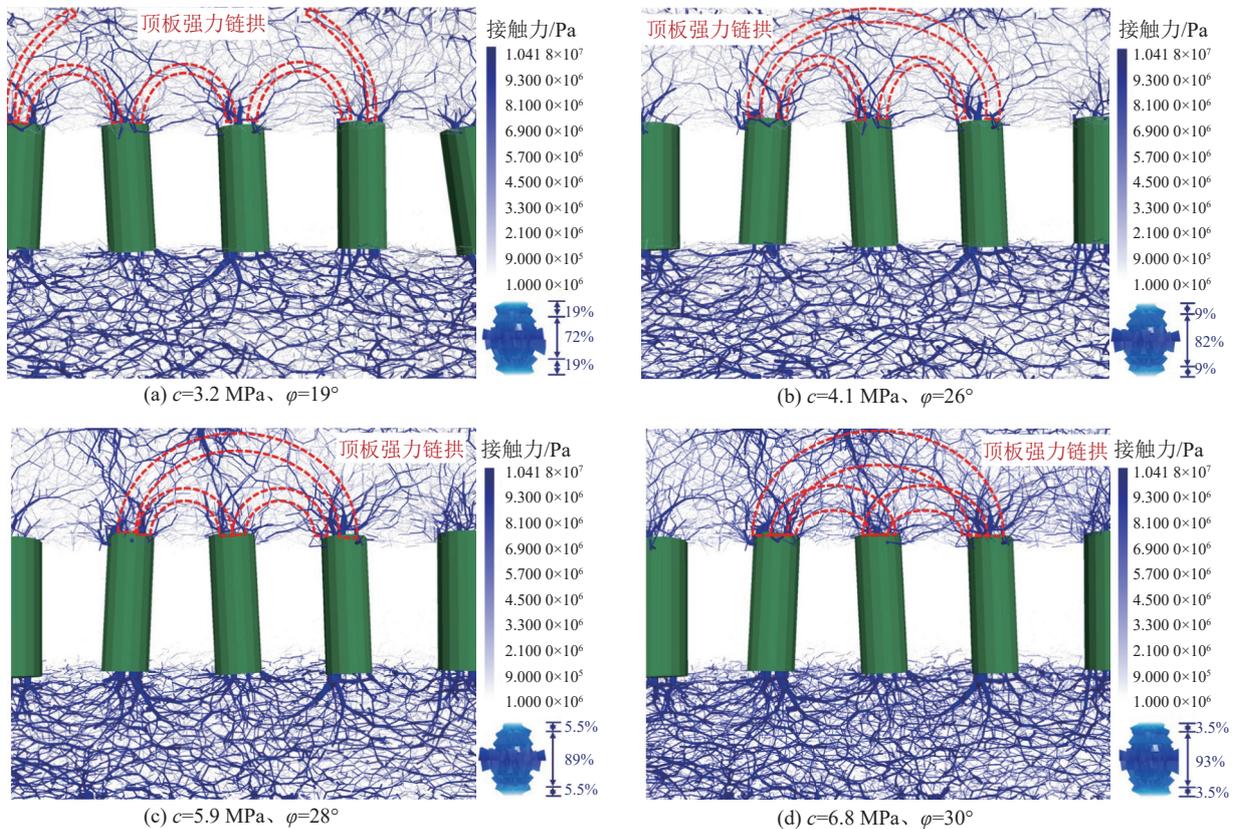


图 18 顶煤 c 、 φ 值对顶板强力链分布特征的影响及走向

Fig.18 Influence of c and φ of top coal on distribution characteristics of strong force chain in GER roof

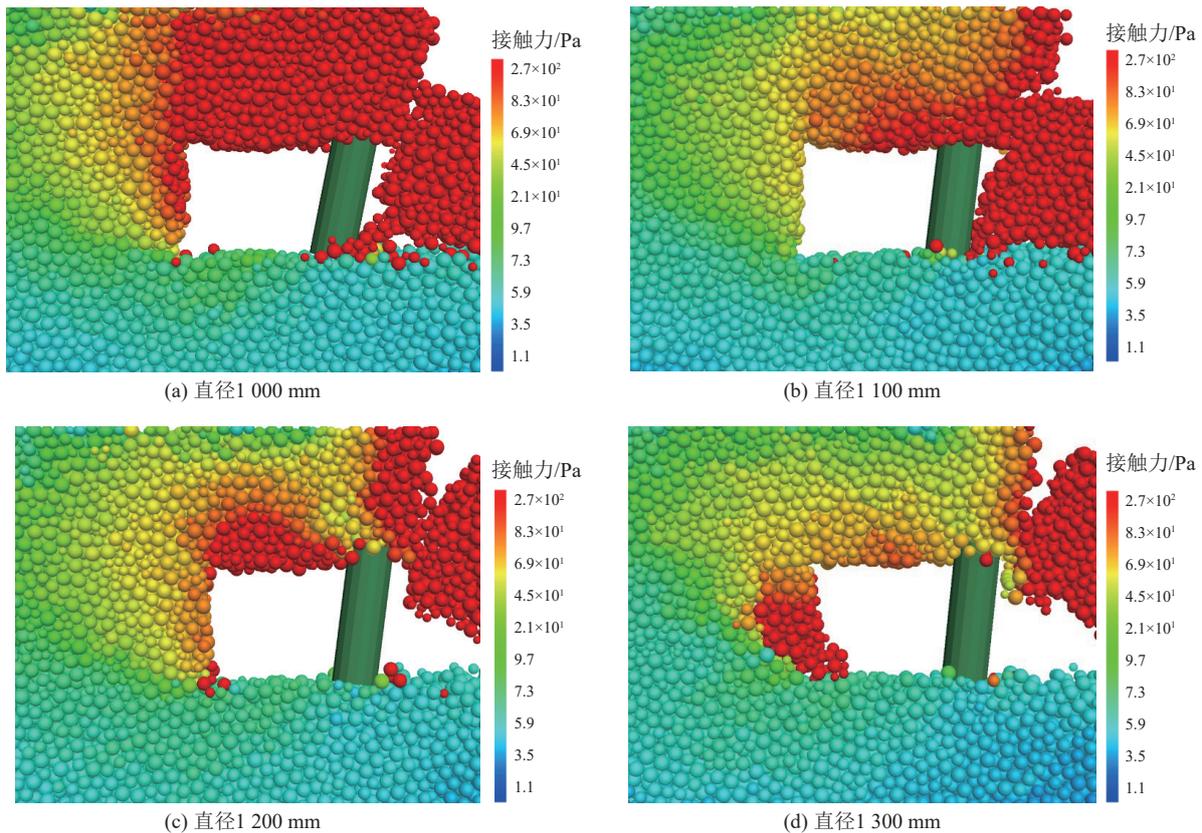


图 19 钢管混凝土直径对沿空留巷围岩竖向位移影响

Fig.19 Influence of diameter of CFST on vertical displacement of the GER roof

大幅降低,且巷内顶板煤体颗粒簇从整体式沉降特征转变为局部变形特征,钢管混凝土柱顶煤体颗粒簇未发生侧向滑移流动,未发生“钻顶”现象,竖向沉降主要集中于巷内顶板和巷旁支护体外侧,该工况下巷内顶板最大竖向位移约为 169 mm,柱间顶板最大竖向位移约为 101 mm。钢管混凝土直径为 1 300 mm 时,巷内顶板沉降量进一步减小,钢管混凝土上方顶煤体颗粒簇未发生侧向流动,该工况下巷内顶板最大竖向沉降量约为 156 mm,柱间顶板最大竖向位移约为 95 mm。

由此表明,增大钢管混凝土直径有助于提高沿空留巷围岩整体稳定性,要保证柱顶煤体不发生滑移失稳,钢管混凝土直径最小取值为 1 200 mm,不同直径钢管混凝土巷旁支护作用下沿空留巷顶板位移变化规律如图 20 所示。

为探究钢管混凝土布置参数对柱顶稳定性的影响规律,选取 c 、 φ 值分别为 4.1 MPa、 26° ,直径为 1 200 mm 时,间距为 1 800、1 900、2 000 和 2 100 mm 的 4 种方案,不同间距钢管混凝土巷旁支护作用下沿空留巷顶板位移变化规律如图 21 所示。随着钢管混凝土间距增大,柱间顶板竖向位移呈增大趋势。钢管混凝土间距为 1 800 mm 时,巷内顶板最大竖向沉降量为 146 mm,柱间顶板最大沉降量为 76 mm。钢管

混凝土间距为 1 900 mm 时,柱间顶板煤体沉降量相较于间距 1 800 mm 时出现了小幅增大,巷内顶板最大竖向位移为 157 mm,柱间顶板最大沉降量约 85 mm。间距为 2 000 mm 时,巷内顶板最大竖向沉降量为 170 mm,柱间顶板煤体沉降量相较于间距 1 900 mm 时进一步增大,约 101 mm。钢管混凝土间距为 2 100 mm 时,柱间顶板最大竖向位移约达到了 137 mm,巷内顶板最大竖向位移约为 198 mm。

对比可知,随着钢管混凝土间距的增大,柱间顶板煤体稳定性发生降低,为避免柱间顶板煤体大幅沉降,钢管混凝土间距最大不宜超过 2 000 mm。在实际留巷中,在兼顾工作面辅助运输量需求和回采效率基础上应尽可能减小钢管混凝土间距。

6 综放工作面钢管混凝土沿空留巷实践及评价

据前文理论分析、室内试验、数值分析研究结论,91-101 综放工作面风巷沿空留巷具体围岩控制思路可归结为 4 点:①巷旁支护参数优化;②巷道顶煤体注浆强化;③柱间顶板辅助支撑;④留巷作业区顶板锚索控顶。在山西潞安化工集团王庄煤矿 91-101 风巷进行钢管混凝土墩柱巷旁支护沿空留巷工业性试验。提出墩柱-顶煤接触面稳定性控制方案如下:

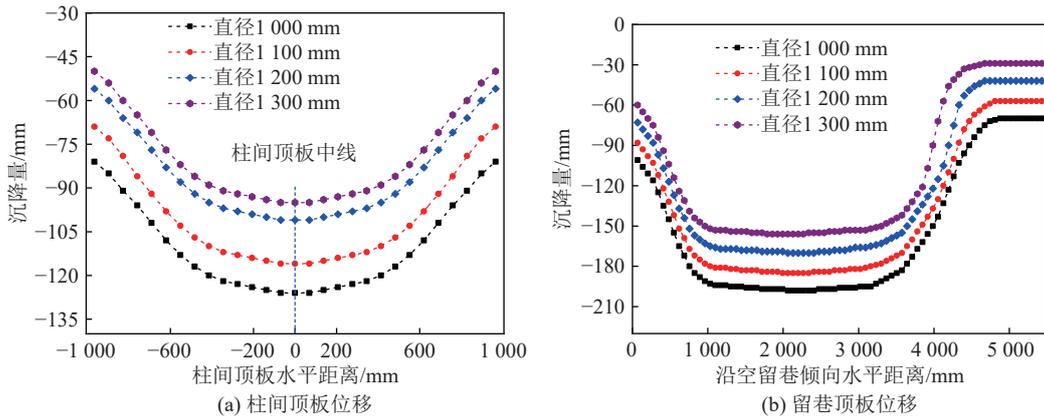


图 20 钢管混凝土直径对沿空留巷顶板沉降量的影响规律

Fig.20 Influence of the diameter of CFST on the settlement of the roof of GER

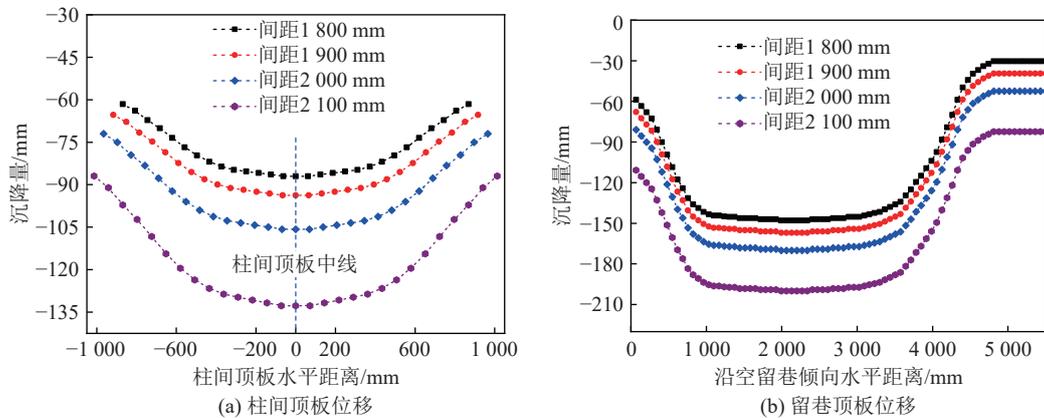


图 21 钢管混凝土间距对沿空留巷顶板沉降量影响

Fig.21 Influence of the spacing of CFST on the settlement of the roof of GER

1) 钢管混凝土墩柱布置参数优化。基于理论分析和数值计算结果,王庄煤矿 91-101 风巷沿空留巷采用直径为 1 220 mm 的钢管混凝土墩柱作为巷旁支护体,墩柱净间距取值为 2 000 mm,根据顶板实时情况及时调整。

2) 注浆改性顶板。采用外径 20 mm、长度 3 000 mm、壁厚 3 mm 的注浆锚杆,超前巷道顶煤注浆孔 3-2-3 布置 (图 22),三孔排孔间距 1 400 mm,两端孔距内外帮 1 350 mm,二孔排孔间距 1 400 mm,两端孔距内外帮距离 2 050 mm,注浆孔排距 800 mm。

3) 柱间辅助支撑。采用双道工字钢梁对柱间顶板煤体辅助支撑,工字钢长度与相邻钢管混凝土柱心距一致,取值为 3 200 mm,平行于巷道走向打设,护顶工字钢梁两端置于钢管混凝土墩柱顶面截面核心内,间距为 450 mm。钢管混凝土浇筑过程中采用液压单体支柱支撑工字钢,柱间护顶工字钢紧贴巷道顶板,钢管混凝土完成接顶后,视混凝土凝结硬化情况回撤单体柱。

4) 作业区顶板锚索控顶。工作面端头支架两侧

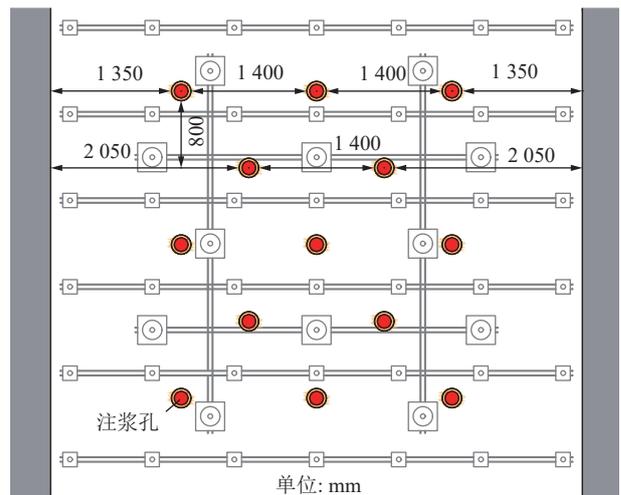


图 22 超前巷道顶煤体注浆孔布置

Fig.22 Parameters and arrangement of grouting anchor bolts
各打设一根直径 22 mm,长度 8 300 mm 锚索,锚索在工作面推进方向排距设置 1 600 mm。钢管混凝土柱外侧顶板间隔 1 800 mm 设置护顶锚索,每组 2 根。一侧距实体煤帮 200 mm,另一侧距实体煤帮 1 500 mm,双侧锚索采用长度 1 600 mm 的双筋钢带

连接。综放工作面钢管混凝土墩柱巷旁支护沿空留巷布置方式如图 23 所示。

采用 MCZ-200 型矿用液压枕监测沿空留巷滞后临时加强段的液压单体柱和钢管混凝土柱顶压力。液压单体柱监测范围为工作面端头至沿空留巷滞后 80 m, 钢管混凝土柱监测范围为工作面后方 0~100 m, 数据采集点平均间隔 5 m, 沿空留巷顶板压力监测结果如图 24 所示。

由图 24 可知, 钢管混凝土柱和液压单体柱压力变化规律基本一致, 工作面后方 0~10 m 液压单体柱压力值缓慢升高, 煤壁后方 15 m 位置, 单体柱和钢管混凝土均发生较大幅度的跃升, 随后保持在较高应力水平。至煤壁后方 55~60 m 位置, 单体柱和钢管混凝土的压力出现较大幅度下降, 随后趋于稳定。

液压单体柱和钢管混凝土压力数据变化规律佐证了巷道基本顶发生了二次破断, 工作面后方 10~15 m 压力值的急剧升高主要是由基本顶悬臂梁周期破断

造成的, 15~55 m 基本顶处于简支状态, 对下方沿空留巷围岩小结构施载效应最强, 55~60 m 巷道顶板压力骤降是由于巷旁支护体外侧岩梁发生了二次破断, 沿空留巷围岩小结构整体应力水平大幅下降。

王庄煤矿 91-101 综放工作面沿空留巷期间, 顶板及两帮收敛变形监测结果如图 25 所示, 91-101 风巷沿空留巷稳定段最终平均净高和净宽分别为 3 100、3 690 mm, 平均留巷净面积约 11.439 m²。王庄煤矿 91-101 综放工作面沿空留巷实景如图 26 所示。

根据矿压位移数据监测结果可知, 钢管混凝土非连续巷旁支护条件下沿空留巷基本顶发生了二次破断, 减少了上覆岩层运移活动对留巷围岩持续扰动。通过顶煤注浆改性、钢管混凝土柱参数及间距优化、钢管混凝土快速接顶和柱间辅助支撑等措施保证了柱-顶接触面和柱间顶板煤岩体稳定, 留巷中未出现墩柱“冲顶、倒柱”情况。

王庄煤矿 91-101 综放工作面钢管混凝土巷旁支

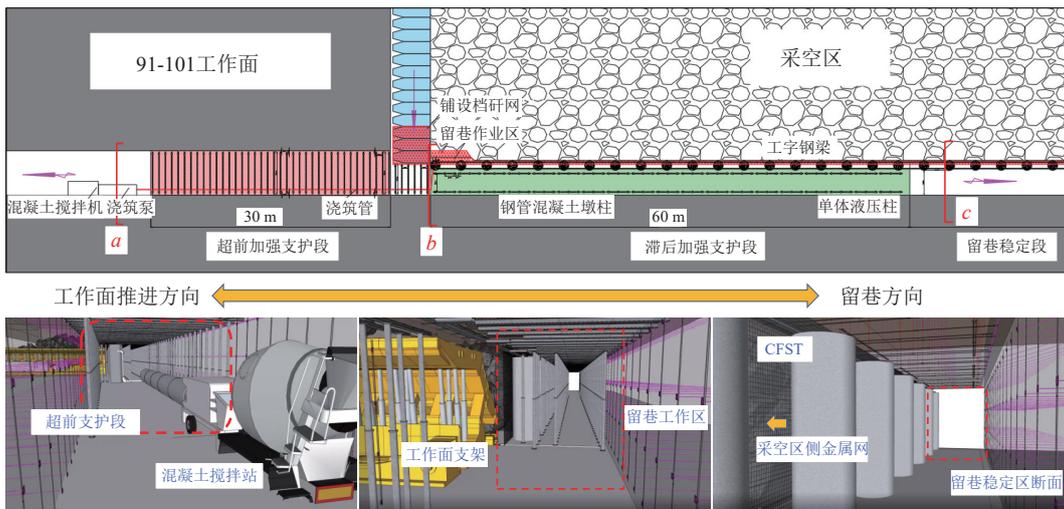


图 23 综放工作面钢管混凝土墩柱巷旁支护沿空留巷布置

Fig.23 Layout of steel tube concrete pier pillar roadway support along the goaf in fully-mechanized top coal caving face

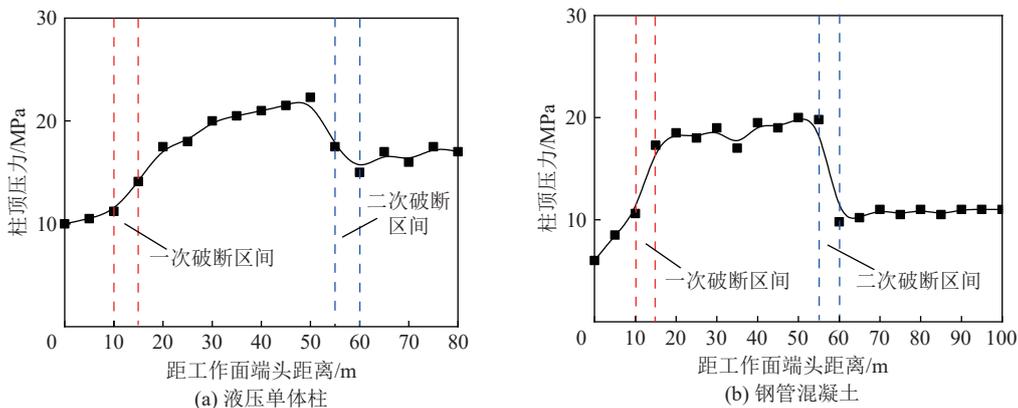


图 24 液压单体柱和钢管混凝土应力监测曲线

Fig.24 Stress monitoring curves for hydraulic column and CFST roadside supports

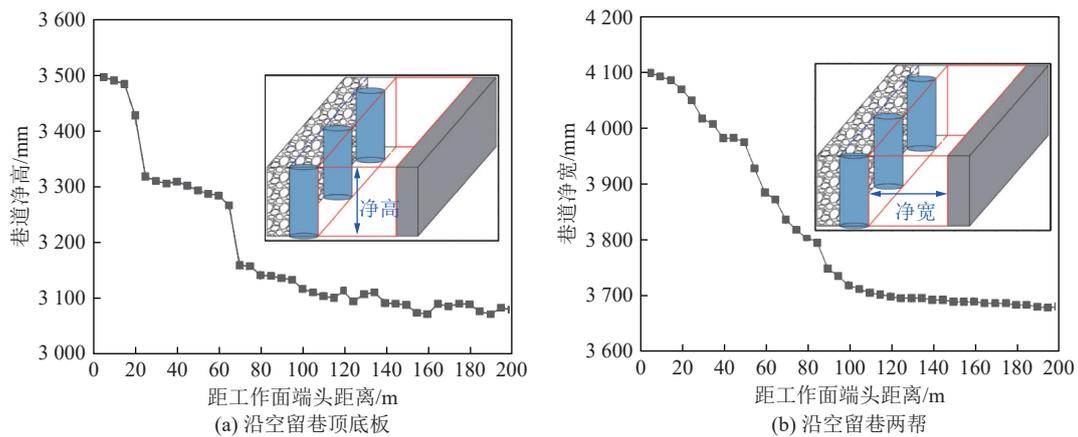


图 25 91-101 工作面风巷沿空留巷围岩变形监测结果

Fig.25 Monitoring results of deformation of surrounding rock of GER of 91-101 ventilation roadway



图 26 王庄煤矿 91-101 综放工作面沿空留巷实景

Fig.26 On-site investigate in GER of Wang-Zhuang Coal Mine 91-101 Fully mechanized caving face

护体沿空留巷自 2020 年 1 月起至 2022 年 12 月总实施长度达 2 138 m, 减少了护巷煤柱造成的煤炭资源浪费, 缓解了采掘矛盾, 可为同类地质条件工作面沿空留巷提供参考。

7 结 论

1) 墩柱区域顶煤体应变能集度最高, 相邻墩柱跨中顶煤浅部能量集度最低, 柱-顶接触面边缘的能量集度骤降是顶煤体畸变滑移的重要原因, 在柱间设置补偿荷载可以减小能量集度降低幅度。

2) 围压一定时, 应变率对煤样力学特性的主要影响体现在应力-应变曲线的峰值和峰值后阶段, 随着应变率增加, 煤的 c, φ 值呈现增大趋势。

3) 顶煤厚度、残余边界距离及施载宽度一定时, 柱-顶接触面极限荷载受顶煤体 c, φ 值影响, 上覆岩层动压施载持续时间越短, 顶煤体极限承载能力越高。

4) 巷道顶板煤体的强化可提高柱-顶接触面煤体

极限承载能力, 使相邻墩柱和顶板间形成更稳固的力链骨架, 降低墩柱“冲顶、倒柱”风险。

5) 结合王庄煤矿 91-101 风巷工程地质条件, 提出以顶煤体超前预注浆、柱间工字钢横撑护顶等技术为核心的综放工作面沿空留巷墩柱巷旁支护围岩变形控制技术体系。现场工业性试验表明: 采用建议方案下的巷旁支护墩柱未发生“冲顶、倒柱”情况, 围岩变形量控制在合理范围内。

参考文献(References):

[1] 国家能源局. “十四五”能源领域科技创新规划[EB/OL]. (2021-12-01)[2024-10-01]. https://zfxgk.nea.gov.cn/1310540453_16488637054861n.pdf?eqid=8c5468c40019bba50000002647e90b5.

[2] 国家发展改革委国家能源局. “十四五”现代能源体系规划[EB/OL]. (2021-12-01)[2024-10-01]. <https://www.ndrc.gov.cn/xxgk/zcfb/ghwb/202203/P020220322582066837126.pdf>.

[3] 谢和平, 刘虹, 吴刚. 我国 GDP 煤炭依赖指数概念的建立与评价分析[J]. 四川大学学报(哲学社会科学版), 2012(5): 89-94.
XIE Heping, LIU Hong, WU Gang. An evaluation of China's eco-

- conomic dependence on coal consumption[J]. *Journal of Sichuan University (Philosophy and Social Science Edition)*, 2012(5): 89–94.
- [4] 华心祝, 李琛, 刘啸, 等. 再论我国沿空留巷技术发展现状及改进建议[J]. *煤炭科学技术*, 2023, 51(1): 128–145.
HUA Xinzhu, LI Chen, LIU Xiao, et al. Current situation of gob-side entry retaining and suggestions for its improvement in China[J]. *Coal Science and Technology*, 2023, 51(1): 128–145.
- [5] 李化敏, 蒋东杰, 李东印. 特厚煤层大采高综放工作面矿压及顶板破断特征[J]. *煤炭学报*, 2014, 39(10): 1956–1960.
LI Huamin, JIANG Dongjie, LI Dongyin. Analysis of ground pressure and roof movement in fully-mechanized top coal caving with large mining height in ultra-thick seam[J]. *Journal of China Coal Society*, 2014, 39(10): 1956–1960.
- [6] 康红普, 张晓, 王东攀, 等. 无煤柱开采围岩控制技术及应用[J]. *煤炭学报*, 2022, 47(1): 16–44.
KANG Hongpu, ZHANG Xiao, WANG Dongpan, et al. Strata control technology and applications of non-pillar coal mining[J]. *Journal of China Coal Society*, 2022, 47(1): 16–44.
- [7] 贾民, 柏建彪, 田涛, 等. 墩柱式沿空留巷技术研究[J]. *煤炭科学技术*, 2014, 42(1): 18–22.
JIA Min, BAI Jianbiao, TIAN Tao, et al. Research on pier column gob-side entry retaining technology[J]. *Coal Science and Technology*, 2014, 42(1): 18–22.
- [8] 王军, 高延法, 何晓升, 等. 沿空留巷巷旁支护参数分析与钢管混凝土墩柱支护技术研究[J]. *采矿与安全工程学报*, 2015, 32(6): 943–949.
WANG Jun, GAO Yanfa, HE Xiaosheng, et al. The analysis of roadside supporting parameters and the support technology in the concrete filled steel tubular column in gob-side entry retaining[J]. *Journal of Mining & Safety Engineering*, 2015, 32(6): 943–949.
- [9] 黄万朋, 高延法, 文志杰, 等. 钢管混凝土支柱巷旁支护沿空留巷技术研究[J]. *中国矿业大学学报*, 2015, 44(4): 604–611.
HUANG Wanpeng, GAO Yanfa, WEN Zhijie, et al. Technology of gob-side entry retaining using concrete-filled steel tubular column as roadside supporting[J]. *Journal of China University of Mining & Technology*, 2015, 44(4): 604–611.
- [10] 高峰, 钱鸣高, 缪协兴. 老顶给定变形下直接顶受力变形分析[J]. *岩石力学与工程学报*, 2000, 19(2): 145–148.
GAO Feng, QIAN Minggao, MIAO Xiexing. Mechanical analysis of the immediate roof subjected to given deformation of the main roof[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2000, 19(2): 145–148.
- [11] 王卫军, 范磊, 赵志强, 等. 基于塑性区控制的巷道围岩支护理论与技术研究进展[J]. *煤炭学报*, 2024, 49(1): 320–336.
WANG Weijun, FAN Lei, ZHAO Zhiqiang, et al. Research progress of support theory and technology of the roadway surrounding rock based on the plastic zone control[J]. *Journal of China Coal Society*, 2024, 49(1): 320–336.
- [12] 张自政, 柏建彪, 王卫军, 等. 沿空留巷充填区域直接顶受力状态探讨与应用[J]. *煤炭学报*, 2017, 42(8): 1960–1970.
ZHANG Zizheng, BAI Jianbiao, WANG Weijun, et al. Study on stress state of immediate roof above backfill area in gob-side entry retaining and its application[J]. *Journal of China Coal Society*, 2017, 42(8): 1960–1970.
- [13] 钱鸣高, 许家林, 王家臣, 等. 矿山压力与岩层控制[M]: 3 版. 徐州: 中国矿业大学出版社, 2021.
- [14] TERZAGHI K. *Theoretical soil mechanics*[M]. New York: J. Wiley and Sons, inc.; London: Chapman and Hall, limited., 1943.
- [15] MEYERHOF G G. The ultimate bearing capacity of foundations[J]. *Géotechnique*, 1951, 2(4): 301–332.
- [16] SAHA A, GHOSH S. Pseudo-dynamic analysis for bearing capacity of foundation resting on $c-\phi$ soil[J]. *International Journal of Geotechnical Engineering*, 2015, 9(4): 379–387.
- [17] KUMAR J. N. N_f for rough strip footing using the method of characteristics[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2003, 40(3): 669–674.
- [18] CASCONI E, CASABLANCA O. Static and seismic bearing capacity of shallow strip footings[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2016, 84: 204–223.
- [19] 李承超, 关云飞, 蔡正银, 等. 基于严格滑移线场理论临坡条形基础地基极限承载力分析[J]. *岩土工程学报*, 2021, 43(8): 1408–1416.
LI Chengchao, GUAN Yunfei, CAI Zhengyin, et al. Ultimate bearing capacity of strip footings placed near slopes determined by rigorous slip line field theory[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2021, 43(8): 1408–1416.
- [20] MANOHARAN N, DASGUPTA S P. Bearing capacity of surface footings by finite elements[J]. *Computers & Structures*, 1995, 54(4): 563–586.
- [21] NGUYEN H C, VO-MINH T. The use of the node-based smoothed finite element method to estimate static and seismic bearing capacities of shallow strip footings[J]. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 2022, 14(1): 180–196.
- [22] 王冬勇, 陈曦, 于玉贞, 等. 基于二阶锥规划有限元增量加载法的条形浅基础极限承载力分析[J]. *岩土力学*, 2019, 40(12): 4890–4896, 4924.
WANG Dongyong, CHEN Xi, YU Yuzhen, et al. Ultimate bearing capacity analysis of shallow strip footing based on second-order cone programming optimized incremental loading finite element method[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2019, 40(12): 4890–4896, 4924.
- [23] KOPASCY J. Three-dimensional stress distribution and slip surfaces in earth works at rupture[C]// *Proceedings of the 4th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*. London, 1957.
- [24] 周志雄, 周凤玺, 梁玉旺. 基于变分极限平衡法的地基极限承载力分析[J/OL]. *岩土工程学报*, 1–9[2024–10–01]. <https://link.cnki.net/urlid/32.1124.TU.20240801.0934.002>.
ZHOU Zhixiong, ZHOU Fengxi, LIANG Yuwang. Analysis of ultimate bearing capacity of foundation based on variational limit equilibrium method[J/OL]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 1–9[2024–10–01]. <https://link.cnki.net/urlid/32.1124.TU.20240801.0934.002>.
- [25] LI Y, YANG S Q, LIU Z L, et al. Study on mechanical properties and deformation of coal specimens under different confining pressure and strain rate[J]. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2022, 118: 103287.