

基于 Boltzmann 时间函数的地表任意点沉陷动态预计

徐良骥^{1,2}, 孙志豪^{1,3}, 刘潇鹏^{1,3}, 张 坤^{1,3}, 曹宗友^{1,2,4}

(1. 安徽理工大学 深部煤炭安全开采与环境保护全国重点实验室, 安徽 淮南 232001; 2. 合肥综合性国家科学中心能源研究院, 安徽 合肥 230031;
3. 安徽理工大学 空间信息与测绘工程学院, 安徽 淮南 232001; 4. 安徽理工大学 安全科学与工程学院, 安徽 淮南 232001)

摘 要:煤炭资源的地下开采会造成地表沉陷, 对地表生态环境及建(构)筑物的安全使用造成一定威胁, 在采前获知开采过程中的地表沉陷动态预计值, 是进行开采沉陷区生态环境动态修复设计的重要基础, 是该领域亟待解决的问题之一。为实现煤炭地下开采导致地表沉陷动态过程的准确预计, 根据地表沉陷动态规律总结出理想时间函数模型的形态, 据此引入 Boltzmann 时间函数模型, 从下沉量、下沉速度、下沉加速度 3 个方面对该模型进行分析, 发现其能够满足地表沉陷动态趋势; 探究该时间函数模型各参数对模型图像的影响, 确定其物理意义并分别定义为最终下沉量 A 、最大下沉速度出现时间 t_0 、下沉急缓程度系数 B , 从而构建基于 Boltzmann 时间函数的动态预计模型参数体系; 通过对单点实测下沉量进行拟合发现该模型拟合精度较传统动态预计模型更高, 拟合优度 R^2 达到 0.998 8; 对矿区地表监测点实测下沉量进行参数反演, 根据反演结果建立了沉陷盆地内任意点动态预计参数与地表最大下沉量、回采速度及覆岩岩性系数的相关关系, 给出了该模型各动态预计参数在地表任意点的计算方法, 并利用收集的 6 个工作面数据验证其精度可靠; 构建了融合 Boltzmann 时间函数与概率积分法的地表沉陷动态预计模型, 可实现对沉陷盆地内任意点任意时间的地表沉陷预计; 运用该预计模型求得多时期下沉量并对其进行精度验证, 结果显示开采过程中的动态预计相对误差保持在 6.0% 以内, 相对误差最小值为 2.7%。

关键词: 开采沉陷; 动态预计; Boltzmann 时间函数; 概率积分模型; 下沉速度

中图分类号: TD325 文献标志码: A 文章编号: 0253-9993(2025)02-0715-17

Dynamic prediction of surface subsidence at any point based on Boltzmann time function model

XU Liangji^{1,2}, SUN Zhihao^{1,3}, LIU Xiaopeng^{1,3}, ZHANG Kun^{1,3}, CAO Zongyou^{1,2,4}

(1. National Key Laboratory of Deep Coal Safety Mining and Environmental Protection, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001, China; 2. Institute of Energy, Hefei Comprehensive National Science Center, Hefei 230031, China; 3. School of Spatial Informatics and Geomatics Engineering, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001, China; 4. School of Safety Science and Engineering, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001, China)

Abstract: The underground extraction of coal resources can induce surface subsidence, posing a potential threat to both the ecological environment and the structural stability of buildings. Anticipating the dynamic subsidence values prior to mining is crucial for establishing a foundation for dynamic restoration designs in mining subsidence areas. This represents

收稿日期: 2024-06-02 策划编辑: 郭晓炜 责任编辑: 王晓珍 DOI: 10.13225/j.cnki.jccs.2024.0613

基金项目: 安徽省高校科学研究资助项目 (2023AH010025); 国家自然科学基金青年基金资助项目 (52104172); 安徽省重点研究与开发计划资助项目 (2022h11020024)

作者简介: 徐良骥 (1978—), 男, 安徽潜山人, 教授, 博士生导师。E-mail: ljxu@aust.edu.cn

通讯作者: 刘潇鹏 (1988—), 男, 河南漯河人, 副教授, 硕士生导师。E-mail: xpliu100@163.com

引用格式: 徐良骥, 孙志豪, 刘潇鹏, 等. 基于 Boltzmann 时间函数的地表任意点沉陷动态预计[J]. 煤炭学报, 2025, 50(2): 715-731.

XU Liangji, SUN Zhihao, LIU Xiaopeng, et al. Dynamic prediction of surface subsidence at any point based on Boltzmann time function model[J]. Journal of China Coal Society, 2025, 50(2): 715-731.



移动阅读

a pressing concern within the field. In order to precisely predict the dynamic progression of surface subsidence resulting from underground coal mining, an optimal time function model is synthesized based on the dynamic principles governing surface subsidence. Subsequently, the Boltzmann time function model is introduced to comprehensively analyze the model in terms of subsidence value, subsidence velocity, and subsidence acceleration. The analysis reveals that the model aligns with the dynamic trends of surface subsidence. Through an exploration of the influence of various parameters on the model's representation, their physical significance is determined, and defined as the final subsidence value A , the time of maximum subsidence rate t_0 , and the coefficient of the degree of urgency of subsidence B , leading to the establishment of a dynamic prediction model parameter system based on the Boltzmann time function. Fitting the measured subsidence values at a singular point demonstrates that the accuracy of this model surpasses that of traditional dynamic prediction models, achieving a fitting disturbance R^2 of 0.998 8. Parameter inversion is conducted on the measured subsidence values at monitoring points within the mining area. Based on the inversion results, correlations are established between the dynamic predicted parameters of any point in the subsidence basin and the maximum subsidence value on the surface, mining speed, and overlying rock lithology coefficient. A calculation method for determining the dynamic predicted parameters of the model at any surface point is provided, and its accuracy is verified to be reliable by utilizing the data collected from six working faces. A dynamic prediction model for surface subsidence, integrating the Boltzmann time function and probability integration method, is formulated, enabling predictions at any point and time within the subsidence basin. The model is employed to obtain subsidence values for multiple periods, and its accuracy is validated. Results indicate that the dynamic prediction relative error during the mining process is less than 6.0%, the minimum is 2.7%.

Key words: mining subsidence; dynamic prediction; Boltzmann time function; probability integral model; sinking speed

0 引 言

煤炭作为我国能源的“压舱石”，对稳定我国能源结构安全、促进经济稳定快速发展有重要意义^[1]，但煤炭地下开采将带来诸多环境社会问题^[2]（如生态环境破坏^[3]、建（构）筑物损毁^[4]、土地功能退化等^[5]）。随着地下煤层被采出，煤层顶板、上覆岩层在影响范围内断裂、离层，最终影响到地表，对自然及人居环境造成威胁^[6]，阻碍国家生态文明及和谐社会建设。

近年来以“边采边复”为代表的矿山环境动态保护及修复技术取得了重要进展，但动态修复时机及工程量如何确定成为该技术进行推广应用的瓶颈难题，对开采过程地表沉陷进行精准动态预计是解决该问题的关键。

为深度把握各时期地表移动变形演化规律并准确掌握地表各关键点的动态变形情况，专家学者对开采沉陷随时间的变化过程展开了深入研究^[7-9]，该研究对掌握煤炭开采地表沉陷动态过程规律及保护地表建（构）筑物有重要意义。

实际工程经验表明煤炭地下开采造成的地表移动变形是复杂多变的时空过程^[10-13]，为使地表沉陷动态预计符合实际变化趋势，学者们根据地表形变规律建立时间函数模型以实现精准预计，国内外相关学者针对不同的时间函数模型进行了研究。

在我国，1952年由波兰学者 Knothe 推导出的 Knothe 时间函数模型被广泛应用^[14-15]。而后在大量的工程实践中，相关学者发现该时间函数模型与地表沉陷的客观过程并不完全符合^[16]，因此多位学者对 Knothe 时间函数模型进行了改进。常占强和王金庄^[17]提出了分段 Knothe 时间函数模型，使 Knothe 时间函数模型更符合地表沉陷动态规律；张兵等^[18]对分段 Knothe 时间函数模型进行了优化，解决了分段 Knothe 时间函数模型在分段点处时间函数值与理论值不一致及最终时间函数值不能收敛于 1 的问题；刘玉成等^[19]提出了幂指数 Knothe 时间函数模型，对原 Knothe 时间函数模型有改进意义；而后一直有学者^[20-22]对 Knothe 时间函数模型进行改进，取得一定成果，但由于 Knothe 原函数模型的局限性，在此基础上的改进难免存在新增参数无意义、参数太多难以求取的问题。

由于改进后 Knothe 时间函数模型没有想象中完美，相关学者开始考虑其他更为适用的时间函数模型。这些模型一般都符合“图像为 S 型曲线”这一前提，如张文志^[23]、李春意等^[24]将 Logistic 模型用于地表沉陷动态预计，刘东海等^[25]提出的 Weibull 时间函数模型，高超等^[26]提出的 Bertalanffy 时间函数模型等。上述模型一定程度上提高了地表沉陷动态预计精度，但仍存在一定的不完善性。Logistic 模型在 $t = 0$ 时，地表

下沉速度 $v \neq 0$ 、下沉加速度 $a \neq 0$, 与工程实际并不完全相符; Weibull 模型中仅含有 2 个参数, 物理意义不明确, 而且临界沉降时刻确定不易; Bertalanffy 模型参数涉及幂运算, 参数求取不易。除此之外, 大多时间函数模型创新仅针对地表面点进行沉陷动态预计, 对地表任意点沉陷的动态预计研究较少; 同时预计单点沉陷的模型参数主要来源于对实测水准数据的反演, 难以对暂无水准数据的地表点进行沉陷预计。

若只能通过实测数据反演获取模型参数, 则仅可证明各种优化模型符合地表沉陷动态趋势。由于无法获取地表任意点模型参数, 在矿区实际应用中, 这些方法难以发挥其应有的效果, 难以实现地表任意点沉陷的动态预计。

为摆脱仅能通过实测数据反演模型参数的困境, 张兵等^[27]整理了时间函数模型参数多种求取方法, 但这些方法为便于求参, 仅考虑了不同矿区地质采矿条件, 同一矿区地表任意点的模型参数是相同的, 而实际情况显示不同位置地表点的模型参数不同^[28]。WANG 等^[29]对多个矿区不同位置地表点进行参数反演, 拟合得出参数出现规律, 并将此规律推广至地表任意点。但该方法缺少理论支撑, 难以大面积推广。

针对上述问题, 笔者基于煤炭开采地表沉陷规律, 建立了基于 Boltzmann 函数的时间函数模型, 形成了基于 Boltzmann 时间函数的动态预计模型参数体系, 给出了地表任意点动态预计模型参数的计算方法, 构建了融合 Boltzmann 时间函数与概率积分法的地表沉陷动态预计模型, 可实现沉陷盆地内任意点任意时间的地表沉陷预计, 为开采环境损伤的动态修复提供重要的理论支撑。

1 沉陷动态预计函数分析

1.1 采空区地表沉降规律分析

煤炭开采导致地表沉陷是随煤层上覆岩层移动而出现的, 根据经验可知, 地表沉陷根据时间的变化趋势符合“S”型曲线规律。地表沉陷的演化过程可划分为 3 个阶段: 下沉初期、下沉活跃期、下沉衰退期。

下沉初期是指地表下沉速度不足 1.67 mm/d 时的地表移动变形阶段^[30-31]。该阶段由于煤炭开采导致地表逐步下沉, 此时下沉量从 0 开始不断增大; 下沉速度从 0 起缓慢增加; 地表下沉加速度 $a(t)$ 从 0 逐渐增大。

下沉活跃期是在地表下沉速度大于 1.67 mm/d 时的地表移动变形阶段。该阶段地表下沉量 $w(t)$ 增加迅速, 地表下沉速度 $v(t)$ 增大至最大值 v_{\max} 后开始减小, 地表下沉加速度 $a(t)$ 增大至最大值后减小, 随后

进行负增长。

下沉衰退期是指地表下沉速度降低至再次小于 1.67 mm/d 的地表移动变形阶段。该阶段地表下沉量 $w(t)$ 仍在缓慢增加, 最终稳定至该点最大下沉量 w_{\max} , 地表下沉速度 $v(t)$ 逐渐减小到 0, 地表下沉加速度 $a(t)$ 由负值逐渐增大至 0。

1.2 理想时间函数特征

理想中应用于地表沉陷动态预计的时间函数模型需具备下列特性:

1) 地表下沉量始于起始下沉量, 后逐渐增大, 增至最终下沉量, 后不再继续增大, 对应的函数值只在起始值与最终值之间变化。其中起始下沉量理论上为 0, 但也有学者将下沉边界的 10 mm 作为起始下沉量^[32]。

2) 下沉时间 $t=0$ 时, 下沉速度 $v(0)=0$, 下沉加速度 $a(0)=0$ 。

3) 在地表沉陷的 3 个阶段, 时间函数模型对应的函数值变化速度不同。下沉初期地表下沉量增速较慢, 下沉活跃期地表下沉量急剧增大, 下沉衰退期地表下沉量增速变缓; 对应地表下沉速度有明显由慢变快再变慢的趋势。

4) 由于上覆岩层断裂后裂隙压实蠕变所需时间较长, 导致衰退期持续时间长, 且衰退期地表沉陷趋势较为平缓, 整个时间函数模型呈“S”型曲线。

5) 由于不同矿区的地质条件不同, 其地表下沉量动态曲线有所差异, 模型需能够通过调整参数改变曲线的最终下沉量、下沉速度、最大下沉速度出现时间等。

2 模型建立

2.1 Boltzmann 函数模型建立

波尔兹曼 (Boltzmann) 把麦克斯韦分布推广为麦克斯韦-波尔兹曼分布, 该项研究成果在空气动力学、电磁学等多个领域得到了广泛应用^[33-34], 在矿区地表任意点最终下沉量的预计工作中也有学者进行应用^[35-36], 笔者将其运用于沉陷动态预计中, 将波尔兹曼时间函数模型的方程式表示如下

$$w(t) = \frac{-A}{1 + e^{(t-t_0)/B}} + A \quad (1)$$

式中: t 为开采起始时刻至预计时刻的时间间隔, d ; t_0 为最大下沉速度出现时间, d ; B 为下沉急缓程度系数, t_0 、 B 均与地质采矿条件相关; A 为影响最终下沉量的参数, mm。

可知, 下沉速度 $v(t)$ 为时间函数 $w(t)$ 的 1 阶导数, 下沉加速度 $a(t)$ 为时间函数 $w(t)$ 的 2 阶导数, 两者的表达式如下:

$$v(t) = w'(t) = \frac{Ae^{(t-t_0)/B}}{B[1 + e^{(t-t_0)/B}]^2} \quad (2)$$

$$a(t) = w''(t) = \frac{Ae^{(t-t_0)/B}[1 - e^{(t-t_0)/B}]}{B^2[1 + e^{(t-t_0)/B}]^3} \quad (3)$$

各函数的曲线趋势如图 1 所示, Boltzmann 时间函数模型满足沉陷动态预计的特征: $w(t)$ 函数值在 $0 \sim w_{\max}$ 变化, 期间存在迅速增加的阶段, 且函数值在后半段慢慢趋近于 w_{\max} , 在等于 w_{\max} 之后不继续增加; 下沉速度 $v(t)$ 趋势为 $0 \rightarrow +v_{\max} \rightarrow 0$, 下沉加速度 $a(t)$ 趋势为 $0 \rightarrow +a_{\max} \rightarrow 0 \rightarrow -a_{\max} \rightarrow 0$ 。因此可以初步判断, Boltzmann 时间函数模型符合实际测量中地表沉陷动态趋势, 可以作为地表沉陷动态预计的时间函数。

2.2 模型参数对图像的影响

为观察各参数对下沉量、下沉速度、下沉加速度函数图像的影响, 在参考矿区经验值的基础上, 选取各参数代表性较强的值进行分析。

2.2.1 参数 A 对函数图像的影响

参数 A 反映了函数最终下沉量。 A 的取值与预

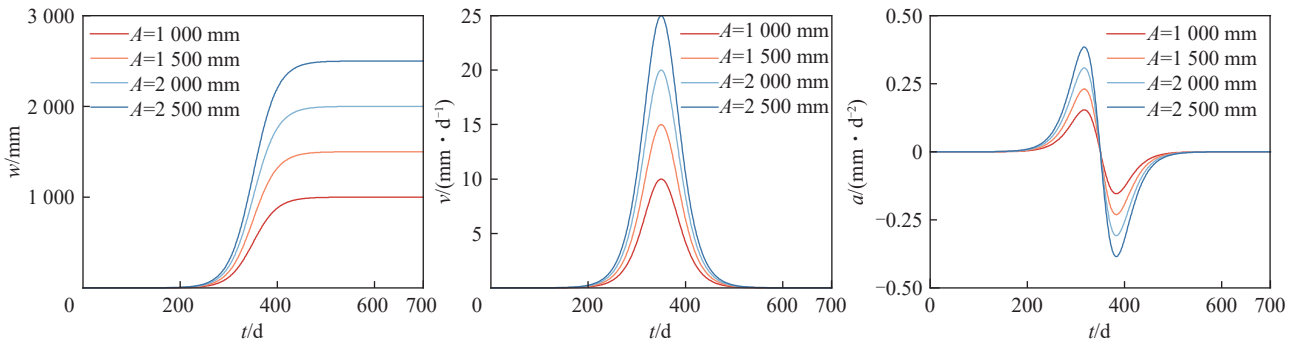


图 2 参数 A 对 Boltzmann 函数预测地表下沉量、下沉速度、下沉加速度的影响

Fig.2 Influence of parameter A on the Boltzmann function's prediction of subsidence values, subsidence velocity, and subsidence acceleration at the ground surface

2.2.2 参数 t_0 对函数图像的影响

参数 t_0 反映了最大下沉速度出现时间。取 $A=$

500 mm, $B=25$, t_0 分别为 250、300、350、400 d。观察函数曲线随 t_0 值的变化, 如图 3 所示, 参数 t_0 对地表

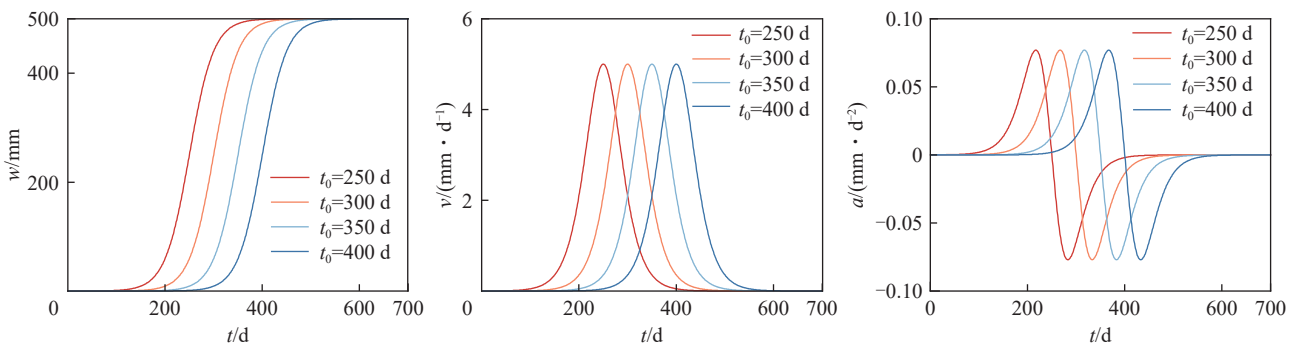


图 3 参数 t_0 对 Boltzmann 函数预测地表下沉量、下沉速度、下沉加速度的影响

Fig.3 Influence of parameter t_0 on the Boltzmann function's prediction of subsidence values, subsidence velocity, and subsidence acceleration at the ground surface

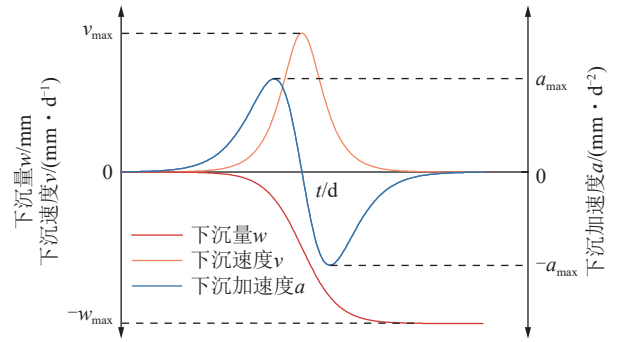


图 1 Boltzmann 时间函数模型地表下沉量、下沉速度、下沉加速度曲线图像

Fig.1 Curve diagram depicting subsidence values, subsidence velocity, and subsidence acceleration at the ground surface based on the Boltzmann time function model

测点最终下沉量强相关。取 $t_0=350$ d, $B=25$, A 分别为 1 000、1 500、2 000、2 500 mm。观察函数曲线随 A 值的变化, 如图 2 所示, 参数 A 值对地表下沉量、下沉速度、下沉加速度曲线的影响较为直观。 A 值越大, 下沉量曲线最终值越大, 下沉速度、下沉加速度也越大。

下沉量、下沉速度、下沉加速度曲线的影响较为直观,但对曲线整体形态影响不大,主要影响各曲线的位置。随着 t_0 值增大,地表下沉量、下沉速度、下沉加速度趋势出现的时间延迟性越强,3 条曲线图像随之逐渐向右偏移,但对下沉开始到下沉结束的时间间隔影响不大。

2.2.3 参数 B 对函数图像的影响

参数 B 反映了下沉急缓程度,该参数可控制地表下沉速度,可反映地表下沉初始期、下沉活跃期、下沉衰退期 3 阶段的长短。取 $A=500$ mm, $t_0=350$ d, B 分别为 20、30、40、50。观察函数曲线随 B 值的变化,

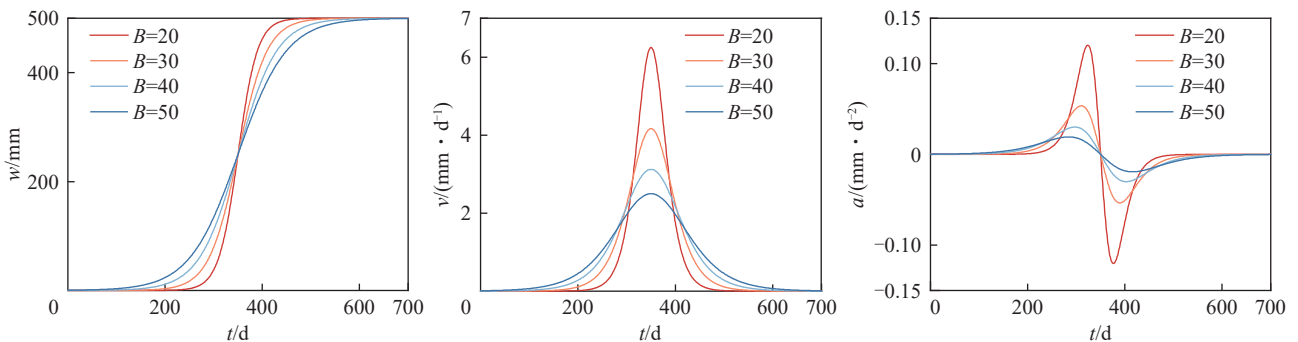


图 4 参数 B 对 Boltzmann 函数预测地表下沉量、下沉速度、下沉加速度的影响

Fig.4 Influence of parameter B on the Boltzmann function's prediction of subsidence values, subsidence velocity, and subsidence acceleration at the ground surface

2.3 模型特征分析

观察函数曲线及其一阶导数、二阶导数函数曲线趋势,结合其各参数效果,发现其满足以下性质。

2.3.1 S 型曲线特征

该模型地表下沉曲线 $w(t)$ 形状为 S 型,其函数值在 $0 \sim w_{\max}$ 变化。曲线变化过程包含下沉量缓慢增加、下沉量剧烈增加、下沉量增速逐渐放缓 3 个阶段;该 3 个阶段恰好分别对应煤炭开采过程中地表的下沉初始期、下沉活跃期、下沉衰退期,符合煤炭开采地表沉陷动态趋势。

2.3.2 下沉速度可控

该模型曲线的下沉急缓程度可根据参数 B 控制。 B 值越小,下沉趋势越剧烈,对应实际工程应用中最大下沉速度较大的地表点; B 值越大,下沉趋势越平缓,对应实际工程应用中最大下沉速度较小的地表点。实际工程应用中,不同位置的地表点最大下沉速度不同,例如根据距离采空区的距离远近,地表点最大下沉速度不同,该模型特点符合煤炭开采地表沉陷动态趋势。

2.3.3 最大下沉速度出现时间位置可控

该模型曲线的最大下沉速度出现时间可根据参数 t_0 控制。 t_0 大小可决定曲线整体图像的中心位置,

如图 4 所示,参数 B 对地表下沉量、下沉速度、下沉加速度曲线的影响较为直观。 B 值越大,地表下沉量曲线趋势越平缓,地表点开始下沉时间越早,下沉量从起始下沉到稳定最大值所需时间越长;下沉速度曲线随 B 值增大集中性越弱,极值越小;下沉加速度曲线随 B 值增大趋势变缓,形态更扩张、极值减小。 B 值越小,地表下沉量曲线趋势越陡,地表点开始下沉时间越晚,下沉量从起始下沉到稳定最大值所需时间越短;下沉速度曲线随 B 值减小集中性越强,极值越大;下沉加速度曲线随 B 值减小趋势变陡,形态更集中、极值增大。

可通过控制 t_0 值控制曲线向左或向右移动。在实际工程应用中,随着煤炭开采工作的推进,地表沉陷影响范围从开切眼附近逐渐扩张到收作线附近,地表不同位置监测点开始下沉时间与最大下沉速度出现时间均不同,符合煤炭开采地表沉陷动态趋势。

因此可进一步判断, Boltzmann 时间函数模型可用于地表沉陷动态预计。

2.4 应用验证与模型对比

由式 (1) 可看出,可用于沉陷动态预计的 Boltzmann 时间函数模型是一个 3 参数的非线性方程,实际应用中需对未知参数进行动态调整,以获得最佳预计结果。

为检验模型准确性与适用性,利用文献[25]所述的常村煤矿 S3-13 工作面 22 号与 30 号监测点实测数据进行验证。采取最小二乘法对 22 号监测点根据式 (1) 进行拟合,参数结果为: $A=2\ 692.2$ mm、 $t_0=223.4$ d、 $B=33.9$,将拟合所得结果与实测数据进行对比,并加入其他模型。

2.4.1 拟合优度分析

为衡量结果可靠性,将拟合优度 R^2 作为衡量各模型预计精度的标准。 R^2 的值为 $0 \sim 1$,值越大,证明所得回归曲线与实测数据越接近,值越小,则证明所得回归曲线拟合程度越差。其计算方法如下:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (w_i - w_{mi})^2}{\sum_{i=1}^n (w_{mi} - \bar{w}_m)^2} \quad (4)$$

式中, w_i 为待评价点第 i 期拟合下沉量, mm; w_{mi} 为该点第 i 期实测下沉量, mm; \bar{w}_m 为该点各期实测下沉量

的平均值, mm。

2.4.2 模型对比

由图 5 与表 1 可发现, 该 Boltzmann 时间函数模型能够准确实现地表沉陷动态预计。该模型在 22 号点反演结果的 R^2 为 0.998 8, 相对误差为 -4.7%, 可知其决定系数大于其他模型, 且相对误差更小, 证明该模型更适合对地表沉陷进行动态预计。

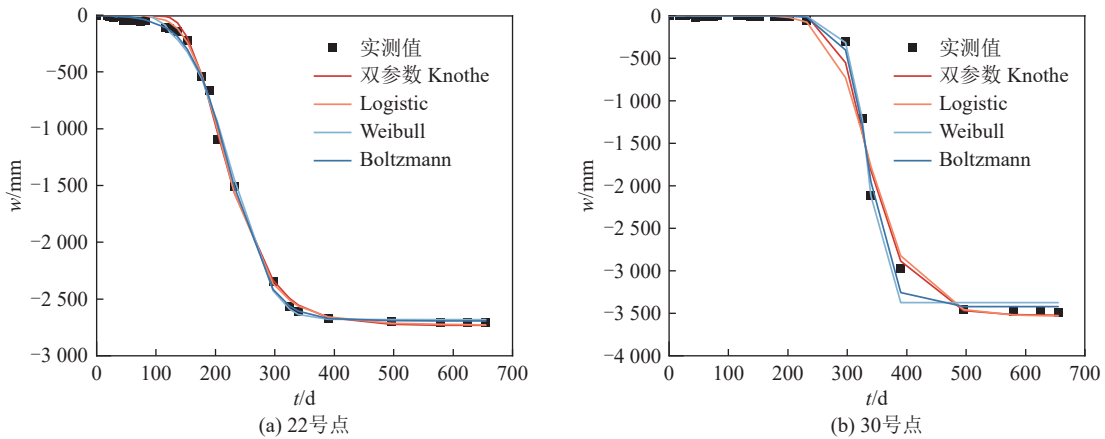


图 5 常村煤矿 S3-13 工作面 22、30 号监测点多模型拟合结果对比

Fig.5 Comparison of multi-model fitting results for monitoring points 22 and 30 at working face S3-13 in Changcun Coal Mine

表 1 S3-13 工作面 22 号监测点多模型拟合结果对比

Table 1 Comparison of multi-model fitting results for monitoring point 22 at working face S3-13

观测日期	时间/d	实测下沉量/mm	下沉量预测/mm				残差值/mm			
			双参数Knothe	Logistic	Weibull	Boltzmann	双参数Knothe	Logistic	Weibull	Boltzmann
2016-09-04	0	-3	0	0	0	-3.7	-3.0	-3.0	-3.0	5.2
2016-09-22	18	-5	0	0	0	-6.3	-5.0	-5.0	-5.0	5.7
2016-09-26	22	-8	0	0	0	-7.1	-8.0	-8.0	-8.0	3.4
2016-10-08	35	-8	0	0	0	-10.4	-8.0	-8.0	-8.0	6.6
2016-10-11	28	-22	0	0	-1.0	-8.4	-22.0	-22.0	-21.0	-9.3
2016-10-18	45	-45	0	-0.1	-1.0	-13.9	-45.0	-44.9	-44.0	-27.0
2016-10-28	55	-46	0	-0.4	-4.0	-18.6	-46.0	-45.6	-42.0	-23.4
2016-11-02	60	-50	0	-0.7	-5.0	-21.6	-50.0	-49.3	-45.0	-24.5
2016-11-09	67	-45	0	-1.4	-8.0	-26.5	-45.0	-43.6	-37.0	-14.8
2016-11-16	74	-52	0	-2.6	-13.0	-32.5	-52.0	-49.4	-39.0	-16.0
2016-11-24	82	-49	0	-5.0	20.0	-41.0	-49.0	-44.0	-69.0	-4.7
2016-12-27	116	-107	-10.5	-44.3	-90.0	-108.8	-96.5	-62.7	-17.0	3.8
2017-01-10	123	-122	-22.1	-63.8	-151.0	-132.5	-99.9	-58.2	29.0	12.1
2017-01-23	136	-142	-67.5	-118.3	-215.0	-190.1	-74.5	-23.7	73.0	48.9
2017-02-09	153	-222	-196.6	-238.4	-326.0	-300.1	-25.4	16.4	104.0	77.7
2017-03-02	177	-542	-532.9	-531.0	-560.0	-546.3	-9.1	-11.0	18.0	2.8
2017-03-15	190	-665	-771.2	-749.9	-760.0	-732.1	106.2	84.9	95.0	65.5
2017-03-28	203	-1 096	-1 025.7	-998.5	-932.0	-953.1	-70.3	-97.5	-164.0	-144.1
2017-04-26	232	-1 509	-1 568.0	-1 566.6	-1 449.0	-1 516.1	59.0	57.6	-60.0	8.2

续表

观测日期	时间/d	实测下沉量/mm	下沉量预测/mm				残差值/mm			
			双参数Knothe	Logistic	Weibull	Boltzmann	双参数Knothe	Logistic	Weibull	Boltzmann
2017-06-29	297	-2 344	-2 336.6	-2 364.2	-2 427.0	-2 416.5	-7.4	20.2	83.0	75.2
2017-07-26	325	-2 566	-2 495.2	-2 510.8	-2 591.0	-2 564.1	-70.8	-55.2	25.0	-0.5
2017-08-10	340	-2 607	-2 553.1	-2 562.0	-2 637.0	-2 608.5	-53.9	-45.0	30.0	2.3
2017-09-29	390	-2 670	-2 663.0	-2 657.1	-2 678.0	-2 672.5	-7.0	-12.9	8.0	2.1
2018-01-18	496	-2 701	-2 723.2	-2 713.7	-2 680.0	-2 691.3	22.2	12.7	-21.0	-10.7
2018-04-08	579	-2 706	-2 730.3	-2 723.8	-2 680.0	-2 692.1	24.3	17.8	-26.0	-14.9
2018-05-23	625	-2 705	-2 731.4	-2 726.1	-2 680.0	-2 692.2	26.4	21.1	-25.0	-13.9
2018-06-22	655	-2 707	-2 731.7	-2 727.1	-2 680.0	-2 692.2	24.7	20.1	-27.0	-15.9
决定系数 R^2	—	—	0.998 1	0.998 6	0.997 7	0.998 8	—	—	—	—
均方根误差	—	—	—	—	—	—	217.78	184.39	220.83	125.79
相对误差/%	—	—	—	—	—	—	-8.0	-6.8	-8.2	-4.7

注: Weibull模型预测数据来源于文献[25]。

Boltzmann 时间函数模型中 3 个参数均被赋予了不同的物理意义, 使模型能较好地显示出地表沉降动态趋势, 可计算得到地表不同时期下沉量、下沉速度、下沉加速度, 该模型适用性较广。

3 模型参数求取

3.1 矿区概况

研究区为淮南矿区某煤矿 883⁻¹ 工作面, 工作面走向长 586 m, 倾向长 117 m, 平均采深 330 m, 煤层倾角 12°, 采高 3 m, 自 2022 年 7 月采至 2023 年 11 月, 平均回采速度 2.1 m/d。该工作面沿走向方向设置半条观测线, 倾向方向设置一条完整观测线, 监测点名分别为 F1 ~ F59, 观测线相对位置如图 6 所示。期间共获取 34 期监测数据, 选取代表性较强的 14 期数据进行研究 (其中回采过程中 9 期, 收作完成后 5 期)。

3.2 基于实测数据的时间函数模型参数反演分析

为进一步了解 Boltzmann 时间函数模型各参数的物理意义及确定方法, 利用 883⁻¹ 工作面各监测点实测下沉数据反演出模型参数, 并探究规律。首先对所有监测点进行参数反演, 再选取代表点进行时间函数模型参数规律探究。选取原则为: 保证监测点质量、确保其能代表矿区沉降趋势的同时, 选取尽可能多的监测点探究参数规律。根据该原则选取到最终下沉量达到 100 mm 以上的 23 个监测点。各代表点的参数反演结果见表 2。其中, 距开切眼距离指监测点距工作面开切眼距离在走向方向上的投影, 回采方向为正方向; 距走向线距离指的是监测点距工作面下山方向边界沿煤层倾向的距离, 上山方向视为正方向。

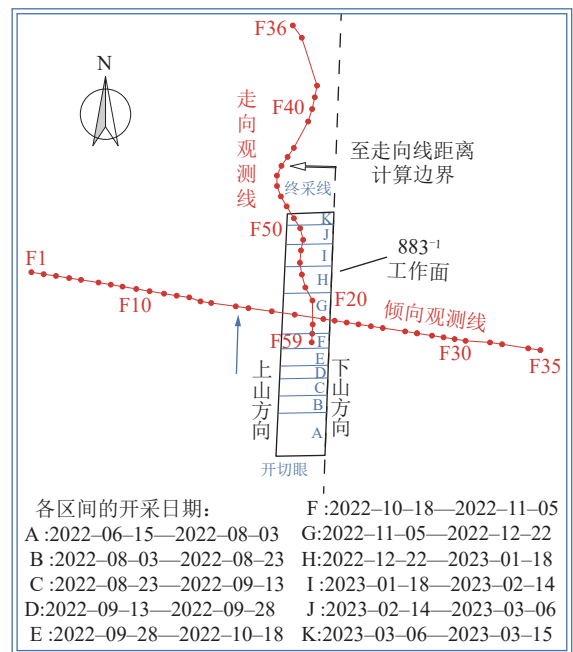


图 6 883⁻¹ 工作面观测线相对位置示意

Fig.6 Diagram illustrating the relative positions of observation lines for working face 883⁻¹

根据图 7 可知, 利用反演参数计算的各时期下沉量较为准确, 整体趋势符合实测值。根据表 2 可知, 时间函数模型参数根据监测点位置不同, 参数值各不相同。为实现对矿区地表任意点进行任意时间的沉陷预计, 需掌握各参数确定方法。

3.3 模型参数确定方法

3.3.1 最终下沉量 A

参数 A 与实测各点最终下沉量相差不大, 相对误差最小值为 2.2%, 最大值为 7.0%, 平均值为 4.8%, 因

表 2 883⁻¹ 工作面 Boltzmann 时间函数模型参数反演结果Table 2 Parameter inversion results based on the Boltzmann time function model for working face 883⁻¹

点名	A	t_0	B	实测最终下沉量/mm	至开切眼距离/m	距走向线距离/m	A 与实测最终下沉量的 相对误差/%
F16	160.7	193.2	36.2	170.7	363.6	231.9	5.8
F17	290.8	182.1	30.6	305.3	358.7	200.9	4.7
F18	816.8	177.6	27.9	835.3	349.9	143.7	2.2
F19	1 383.6	171.4	24.4	1 426.5	340.8	87.5	3.0
F20	1 431.0	168.3	24.6	1 481.6	329.0	17.5	3.4
F21	1 203.6	167.9	25.3	1 252.5	324.3	-10.4	3.9
F22	881.8	169.1	26.7	927.2	319.3	-39.8	4.9
F23	587.5	170.6	29.1	623.6	314.4	-68.8	5.8
F24	404.6	174.2	31.5	425.9	309.2	-99.2	5.0
F25	223.7	178.0	38.6	239.8	304.3	-128.2	6.7
F47	137.2	265.9	28.4	146.4	629.7	131.4	6.3
F48	198.8	262.9	29.0	211.6	605.1	116.5	6.1
F49	371.6	259.3	28.3	394.2	575.7	97.8	5.7
F50	559.1	252.7	27.3	600.8	551.3	81.7	7.0
F51	750.6	242.8	25.2	806.0	522.8	73.4	6.9
F52	881.9	234.0	24.1	943.5	497.1	77.8	6.5
F53	1 025.6	223.8	23.4	1 083.5	467.0	79.4	5.3
F54	1 153.0	212.4	24.1	1 214.8	438.2	73.5	5.1
F55	1 303.9	200.4	25.1	1 363.5	406.6	63.9	4.4
F56	1 431.9	185.9	25.2	1 485.8	374.5	45.5	3.3
F57	1 519.1	161.8	23.8	1 569.0	316.2	42.8	3.2
F58	1 514.8	152.3	23.5	1 562.5	293.6	43.2	3.1
F59	1 517.8	143.4	22.5	1 562.3	272.5	43.7	2.9

此求地表任意点参数 A 时可由其最终下沉量 $w(x, y)$ 来代替, 即 $A = w(x, y)$ 。矿区地表任意点最终下沉量可根据概率积分模型求取, 已知矿区地质采矿条件和概率积分预计参数后, 代入方程即可求得。概率积分模型^[11]如下:

$$\begin{cases}
 w_{\max} = mq \cos \alpha \\
 l = L_0 - S_1 - S_2 \\
 L = (L_1 - S_3 - S_4) \frac{\sin(\theta + \alpha)}{\sin \theta} \\
 w^0(x) = \frac{w_{\max}}{2} \left[\operatorname{erf} \left(\sqrt{\pi} \frac{x \tan \beta}{H_0} \right) - \operatorname{erf} \left(\sqrt{\pi} \frac{(x-l) \tan \beta}{H_0} \right) \right] \\
 w^0(y) = \frac{w_{\max}}{2} \left[\operatorname{erf} \left(\sqrt{\pi} \frac{y \tan \beta}{H_1} \right) - \operatorname{erf} \left(\sqrt{\pi} \frac{(y-L) \tan \beta}{H_2} \right) \right] \\
 w(x, y) = \frac{1}{w_{\max}} w^0(x) w^0(y)
 \end{cases} \quad (5)$$

式中: w_{\max} 为地表最大下沉量, mm; m 为煤层厚度, mm; q 为下沉系数; α 为煤层倾角, ($^\circ$); l 为工作面走向的计算长度, m; L 为工作面倾向的计算长度, m; L_0 为最终煤层回采走向长, m; L_1 为矩形采区的倾向长度, m; S_1 、 S_2 分别为走向左侧、走向右侧拐点偏移距, m; S_3 、 S_4 分别为上山、下山方向拐点偏移距, m; θ 为主要影响传播角, ($^\circ$); $\tan \beta$ 为主要影响角正切; H_0 为平均采深, m; H_1 为下山方向采深, m; H_2 为上山方向采深, m; $w^0(x)$ 为走向主断面上横坐标为 x 的点的下沉量 (倾向方向充分采动时), mm; $w^0(y)$ 为倾向主断面上纵坐标为 y 的点的下沉量 (走向方向充分采动时), mm; $w(x, y)$ 为开采引起的地表任意点的最终下沉量, mm。

3.3.2 最大下沉速度出现时间 t_0

针对矿区地表任意点最大下沉速度出现时间的相关研究不多, 普遍研究认为矿区地表点最大下沉速

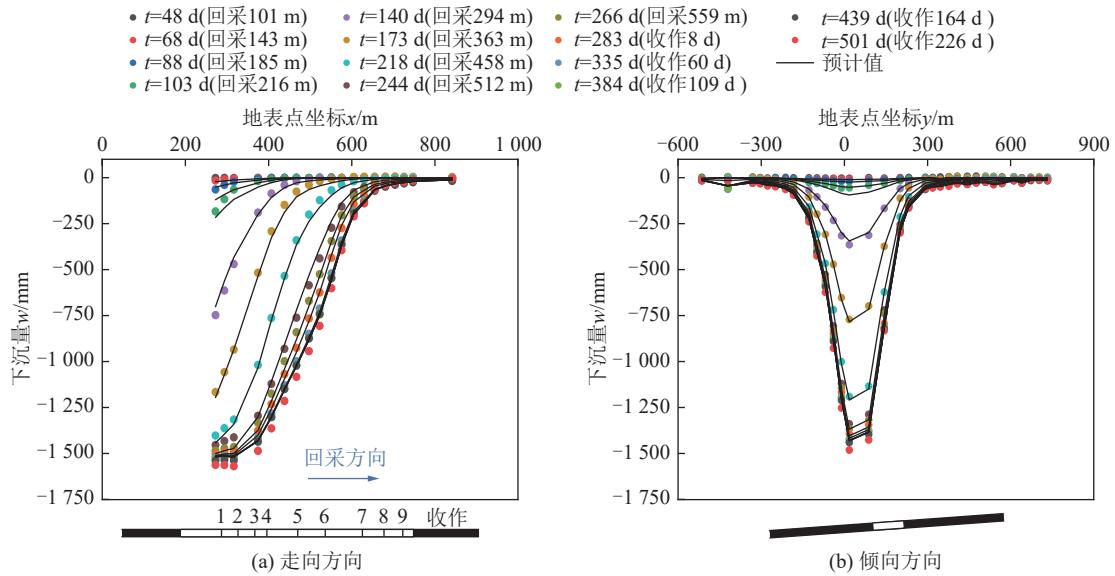


图 7 883⁻¹ 工作面各时期实测下沉量与预测下沉量对比 (实测值反演参数)

Fig.7 Comparison between measured subsidence values and predicted subsidence values for different periods at working face 883⁻¹ (Parameters inverted from measured values)

度出现时间为定值^[16,30]。该假设对地表任意点而言是便于求取的一种简化,图 8 显示了 3 个代表点下沉速度随开采时间的变化趋势,纵坐标为下沉速度与该点最大下沉速度之比。观察图像得知地表点位置不同,其最大下沉速度出现时间不同,固定参数难以满足预计精度要求^[25]。沈震、WANG^[11,29]等认为最大下沉速度出现时间与地表点距开切眼距离呈线性关系,该假设有较强适配性,但仅根据部分监测点实测值得出的经验规律缺乏理论依据。

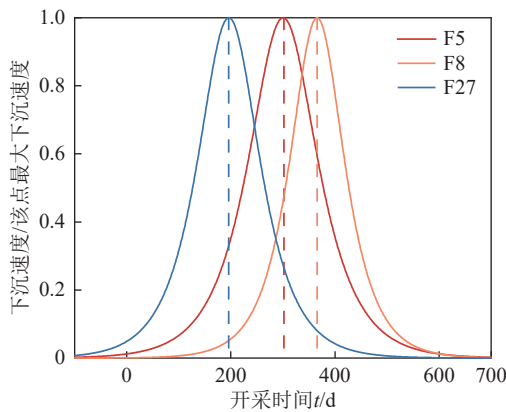


图 8 883⁻¹ 工作面 3 个代表点下沉速度变化趋势

Fig.8 Variations in subsidence velocity for three representative points within working face 883⁻¹

大量实测资料显示,地表点达到最大下沉速度时,下沉量为该点最终下沉量的 1/2^[37-38]。利用 883⁻¹ 工作面实测数据进行检验:计算代表点两期之间下沉量与两期之间时间差之比。由于实测数据无法获取任意时刻下沉速度,同时利用表 2 中的 Boltzmann 拟合

参数根据式 (2) 计算任意时刻下沉速度。为使表达更简洁,定义 w_c 为此刻下沉量, mm; w_f 为最终下沉量, mm; 则 w_c/w_f 为此刻下沉量与最终下沉量之比。计算结果如图 9 所示:除个别最大下沉速度较小的监测点外,其他监测点最大下沉速度出现时刻的 w_c/w_f 均在 0.5 左右。

根据该经验,假设地表某点达最大下沉速度时工作面回采距离为 s ,则回采至 s 处下沉量 $w_s(x, y)$ 大致为全部开采完成最终下沉量 $w(x, y)$ 的一半,基于该原理(图 10),结合下列公式求得最大下沉速度出现时间 t_0 :

$$w_s(x, y) = \frac{1}{2}w(x, y) \tag{6}$$

$$\frac{1}{w_{\max}}w_s^0(x)w^0(y) = \frac{1}{2}\frac{1}{w_{\max}}w^0(x)w^0(y) \tag{7}$$

$$\frac{w_{\max}}{2} \left[\operatorname{erf} \left(\sqrt{\pi} \frac{x \tan \beta}{H_0} \right) - \operatorname{erf} \left(\sqrt{\pi} \frac{(x-s') \tan \beta}{H_0} \right) \right] = \frac{1}{2} \frac{w_{\max}}{2} \left[\operatorname{erf} \left(\sqrt{\pi} \frac{x \tan \beta}{H_0} \right) - \operatorname{erf} \left(\sqrt{\pi} \frac{(x-l) \tan \beta}{H_0} \right) \right] \tag{8}$$

公式简化可得

$$\operatorname{erf} \left(\sqrt{\pi} \frac{(x-s') \tan \beta}{H_0} \right) = \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf} \left(\sqrt{\pi} \frac{x \tan \beta}{H_0} \right) + \operatorname{erf} \left(\sqrt{\pi} \frac{(x-l) \tan \beta}{H_0} \right) \right] \tag{9}$$

式中, $w_s^0(x)$ 为回采距离 s 时走向主断面上横坐标为 x 点的下沉量 (倾向方向充分采动时), mm; s' 为回采距离 s 时的计算长度, m。其中,回采距离 s 时,走向右

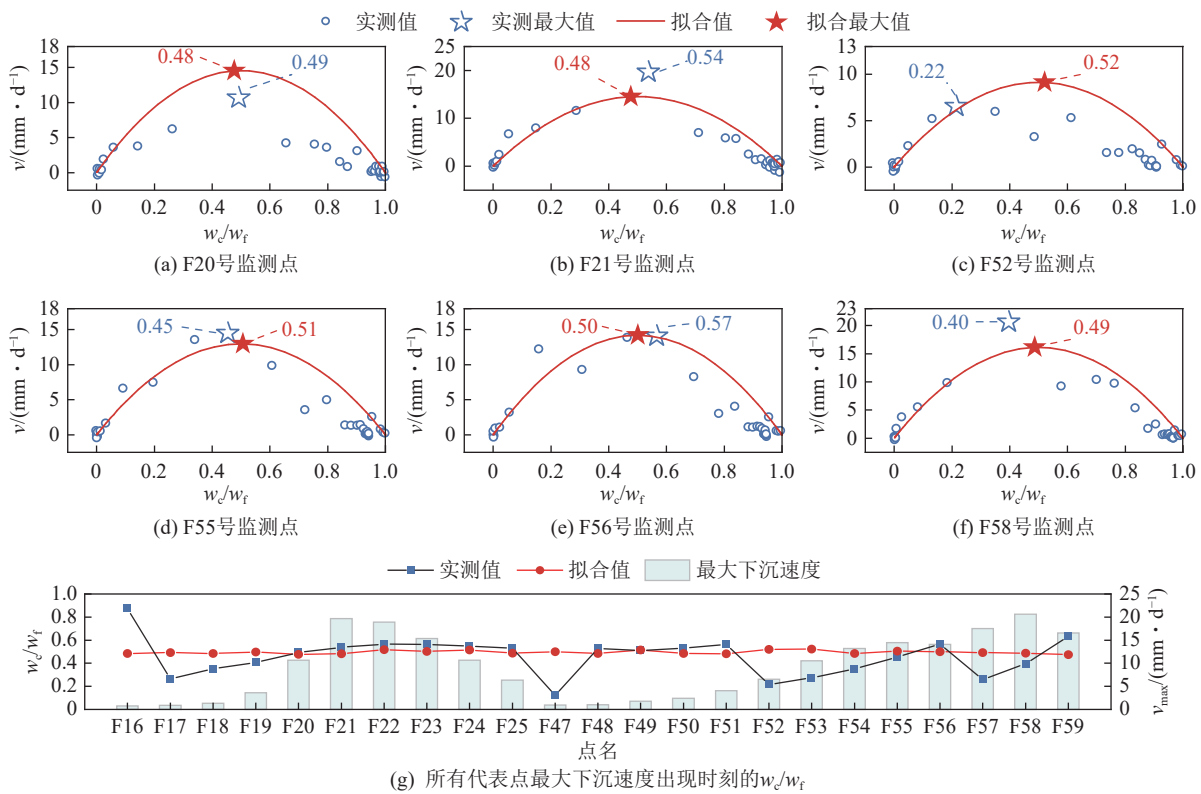


图 9 883⁻¹工作面所有代表点最大下沉速度出现时刻下沉量与其最终下沉量关系

Fig.9 Relationship between the subsidence value at the moment of the maximum subsidence rate and its final subsidence value for all representative points of the working face 883⁻¹

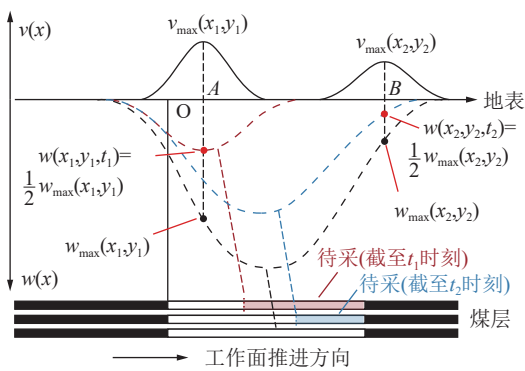


图 10 最大下沉速度出现时间 t_0 计算示意

Fig.10 Schematic diagram for the calculation of the time t_0 of maximum subsidence velocity

侧拐点偏移距 S_{s2} 根据此刻回采距离与走向长度 L_0 之比来定义, 即 $S_{s2}=(s/L_0)S_2$, 因此 $s'=s-S_1-(s/L_0)S_2$ 。根据式 (9) 可求得待求点出现最大下沉速度时的已回采距离 s , 则最大下沉速度出现时间 $t_0=s/c$, 其中 c 为工作面平均回采速度, m/d 。

另外, 由于该计算方法基于概率积分模型, 所求结果仅基于理论, 故所求回采距离 s 可能小于工作面起动静; 而回采距离小于起动静时通常认为地表暂未发生明显变形。因此若该计算方式求得地表某点位出现最大下沉速度时的已回采距离 s 小于起动静, 则

认为其等于起动静, 即最大下沉速度出现时间 t_0 计算公式完善为

$$t_0 = \begin{cases} \frac{s}{c}, & s > d_0 \\ \frac{d_0}{c}, & s \leq d_0 \end{cases} \quad (10)$$

式中, d_0 为该工作面起动静, m 。

为验证该方法的可靠性, 除 883⁻¹ 工作面外, 另收集了 11111、11023、1413A、1131(3)、2212(1) 工作面的数据, 其地质采矿条件与概率积分预计参数见表 3。分别利用其下沉实测值反演各监测点的 Boltzmann 时间函数模型参数, 求得各监测点最大下沉速度出现时间 t_0 , 将其与式 (10) 所预测 t_0 作对比, 如图 11 所示。可知, 该方法所求最大下沉速度出现时间符合趋势, 认为该方法较为可靠。

该方法基于概率积分模型求工作面回采至何处时, 地表各点下沉量等于最终下沉量一半。但利用概率积分模型所求下沉量其实是推至此处且稳定后的终态下沉量, 而实际推至此处的下沉量还未达到终态下沉量, 忽略了推至此处到地表稳定的时间。因此推至 s 时实际下沉量比该方法所求值更小, 据此求得 s 偏小, t_0 也偏小。同时, 监测表明, 并非所有矿区地表点达到其最大下沉速度时, 下沉量都等于其最终下沉

表 3 6 个工作面地质采矿条件及其概率积分模型预计参数
Table 3 Predicted parameters using the probability integral model for six working faces

工作面名称	地质采矿条件					概率积分模型预计参数				
	平均采深 H_0/m	走向长 L_0/m	倾向长 L_1/m	煤层厚度 m/mm	煤层倾角 $\alpha(^{\circ})$	平均回采 速度 $c/(m \cdot d^{-1})$	q	$\tan \beta$	$S_1/S_2/S_3/S_4$	$\theta(^{\circ})$
A煤矿883 ⁻¹ 工作面	330	586	117	3 000	12	2.1	1.2	1.58	27//32/9/10	85
B煤矿11111 工作面	397	411	145	7 000	5	2.0	1.2	2.18	8/8/2/3	84
C煤矿11023工作面	484	1 320	155	4 800	10	2.5	0.9	2.00	20/50/0/8	89
D煤矿1413A工作面	527	1 245	180	7 100	4	3.0	1.1	1.94	70/50/22/28	86
B煤矿1131(3) 工作面	542	960	205	4 000	22	2.2	1.1	2.38	-2/90/-98/100	85
E煤矿2212(1) 工作面	768	2 700	200	2 400	18	4.0	0.9	1.60	199/-198/-170/62	87

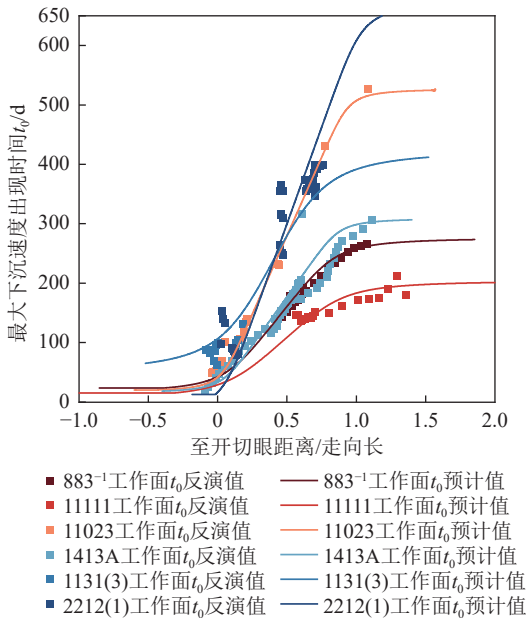


图 11 各工作面监测点最大下沉速度出现时间 t_0 的反演值与预测值对比

Fig.11 Comparison between inverted and predicted values of the time t_0 when maximum subsidence velocity occurs for monitoring points within each working face

量的一半,可能存在偏差。但当缺少实测数据时,该方法可作为参考。

3.3.3 下沉急缓程度系数 B

根据参数反演结果可知,不同监测点位对参数 B 的反演结果均不相同,即各点位置不同,下沉急缓程度系数不同。因此为求取工作面任意点任意时间的下沉量,需求任意点参数 B 。

根据式 (2) 可知,当 $t = t_0$ 时,该公式可写作:

$$B = \frac{A}{4v_{\max}(x,y)} \quad (11)$$

式中: $v_{\max}(x,y)$ 为任意点最大下沉速度, mm/d。

因此,求出任意点的最大下沉速度即可求出该点的下沉急缓程度系数 B 。

1) 任意点最大下沉速度 $v_{\max}(x,y)$

目前对矿区地表任意点最大下沉速度的研究较少,大多研究侧重对矿区整体的最大下沉速度求取^[39]、任意时间对地表各点下沉速度求取^[14]。为探究矿区地表任意点最大下沉速度,参考矿区整体最大下沉速度求取中常被提及的 2 种经验方法:

(1) 方法一: 不考虑最大下沉量的经验方法^[40]

$$v_{\max} = p_v \frac{cmD_1 \cos \alpha}{H_0} \quad (12)$$

式中: v_{\max} 为矿区整体最大下沉速度, mm/d; D_1 为工作面倾向长度, m; p_v 为下沉速度系数。

(2) 方法二: 考虑地表最大下沉量的经验方法

$$v_{\max} = \frac{pcw_{\max}}{H_0} \quad (13)$$

根据分析可知,方法一求取的地表最大下沉速度与开采条件、地质采矿条件有关,认为整个矿区地表任意点最大下沉速度一致,因此对地表任意点最大下沉速度求取的参考借鉴意义不大。方法二认为地表最大下沉速度与地表最大下沉量呈线性关系。李春意等^[41]据此推导出同一矿区任意点的最大下沉速度与其最终下沉量成正比。在此基础上补充至任意矿区,可延伸推导出任意矿区地表任意点最大下沉速度与任意点最终下沉量呈线性关系。呈现关系式如下:

$$v_{\max}(x,y) = \frac{pcw(x,y)}{H_0} \quad (14)$$

式中: p 为覆岩岩性系数。

根据图12可知,矿区地表任意点最大下沉速度与该点最终下沉量符合该趋势。拟合求取地表任意点最终下沉量与其最大下沉速度,基于地质采矿条件

求出该煤矿的覆岩岩性系数 p ,得出在A煤矿 p 为1.54。即在883⁻¹工作面地表任意点最大下沉速度 $v_{\max}(x, y) = 1.54 cw(x, y)/H_0$ 。

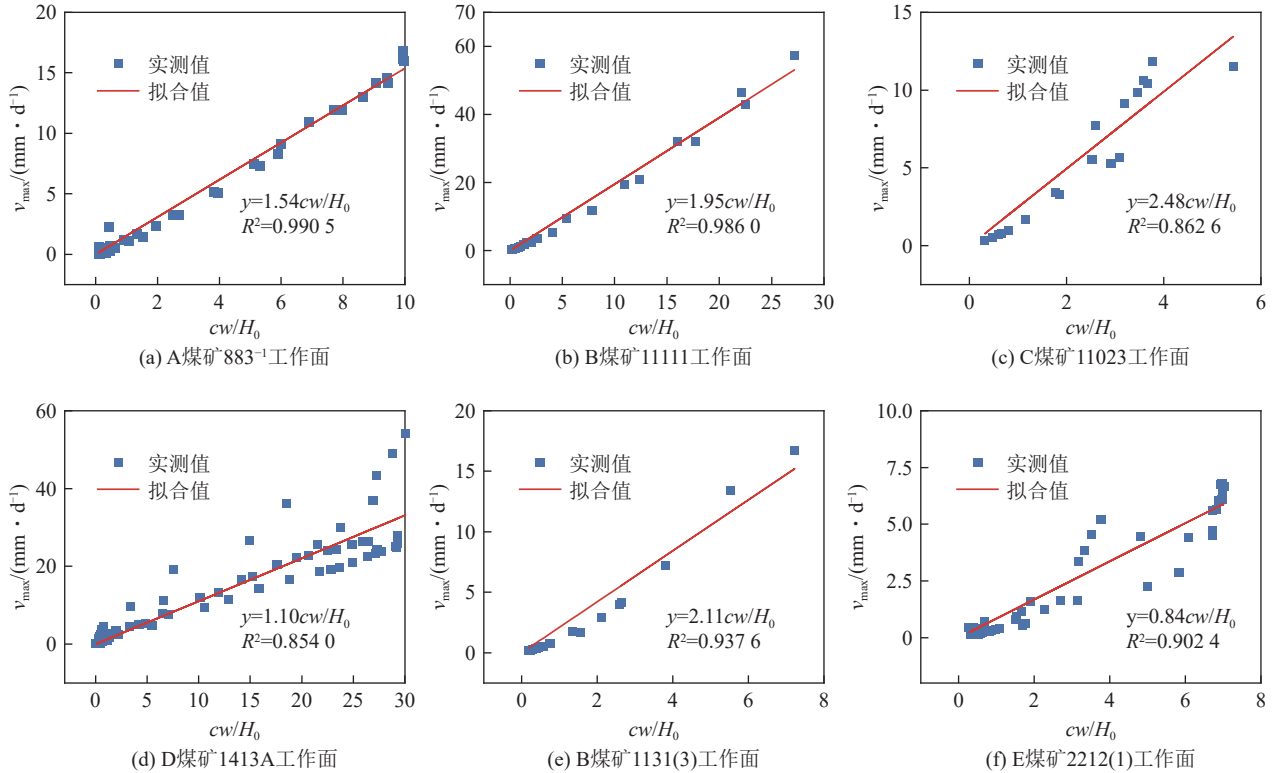


图12 6个工作面各监测点最大下沉速度关系

Fig.12 Relationship between the maximum subsidence velocities at various monitoring points across the six working faces

2) 任意点下沉急缓程度系数 B

求任意点下沉急缓程度系数 B 时由于认为 A 等于最终下沉量 $w(x, y)$,最终推导出 B 为定值,如下式:

$$B = \frac{A}{4v_{\max}(x, y)} = \frac{A}{4pcw(x, y)/H_0} = \frac{H_0}{4pc} \quad (15)$$

代入求出的覆岩岩性系数,可求得适用于A矿区的下沉急缓程度系数 B 为25.6。利用实测下沉量反演 Boltzmann 时间函数模型参数时各点下沉急缓程度系数 B 不同的原因可能是对于单一点而言更准确,而通过分析可知 B 为定值时对地表任意点最大下沉速度的影响不大,且更便于对矿区任意点进行沉陷动态预计。

3.4 模型参数讨论

代表最终下沉量的参数 A 近似等于待预测点最终下沉量,可运用概率积分模型求取。

代表最大下沉速度出现时间的参数 t_0 的求取是基于概率积分模型,根据地表最大下沉速度出现时该点下沉量等于其最终下沉量的一半的经验推导所得。

代表下沉急缓程度的参数 B 的求取是利用地表各点最大下沉量与其最大下沉速度的关系,拟合出该矿区覆岩岩性系数,结合地质采矿条件所得。

最终地表任意点任意时刻下沉量预计模型可写作:

$$w(x, y, t) = \frac{w(x, y)}{1 + e^{4pc(t-t_0)/H_0}} - w(x, y) \quad (16)$$

3.5 模型结果验证

根据式(16)可求取矿区地表任意点任意时期下沉量。利用3.3部分求得参数计算883⁻¹工作面所有监测点在监测时间的下沉量,如图13所示。利用文献[27]内使用的精度检验方案对该工作面下沉变化明显的6个时期验证预测精度,结果见表4,走向与倾向监测点预计值与实测值的关系分别如图14、图15所示。结果显示,动态预计中误差最大值为 ± 49.9 mm,最小值为 ± 9.3 mm;所求各期相对误差最大值为5.9%,最小值为2.7%,相对误差保持在6.0%以内。因此证明该方法精度较高,结果可靠。另外,图16展示了4个时期地表沉陷盆地三维图及沉陷等值线。

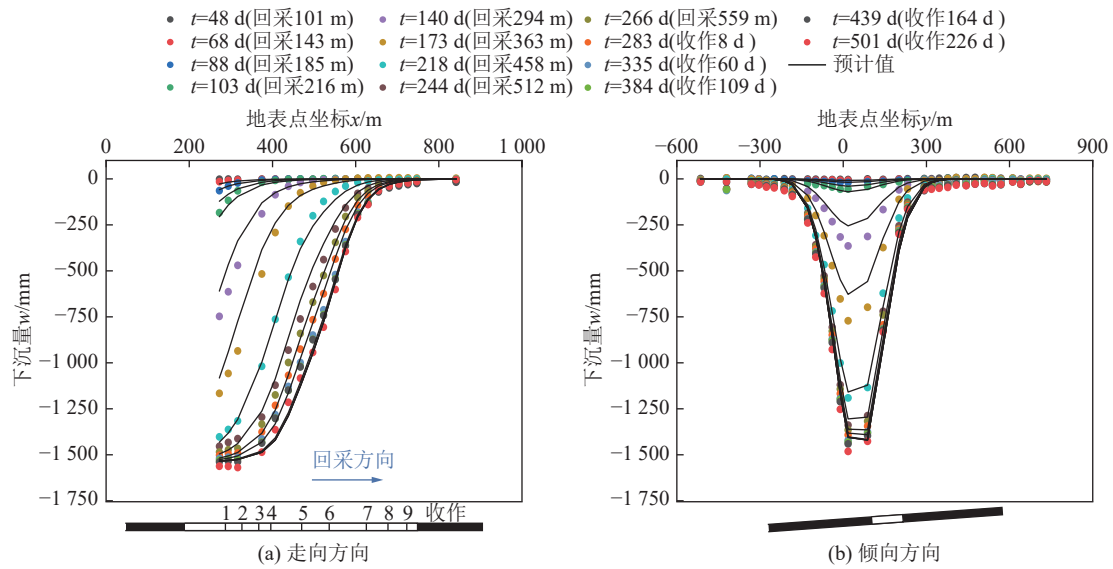


图 13 883⁻¹ 工作面各时期实测下沉量与预测结果对比

Fig.13 Comparison between measured subsidence values and predicted results for different time periods for working face 883⁻¹

表 4 各时期监测点下沉预计精度分析

Table 4 Precision analysis of subsidence prediction for monitoring points at various time periods

开采时间/d	预计下沉量		
	本期最大下沉量/mm	中误差/mm	相对误差/%
103	183.3	± 9.3	5.1
140	747.3	± 44.2	5.9
173	1 166.0	± 49.9	4.3
218	1 402.7	± 39.5	2.8
244	1 454.3	± 39.6	2.7
501	1 569.0	± 44.7	2.9

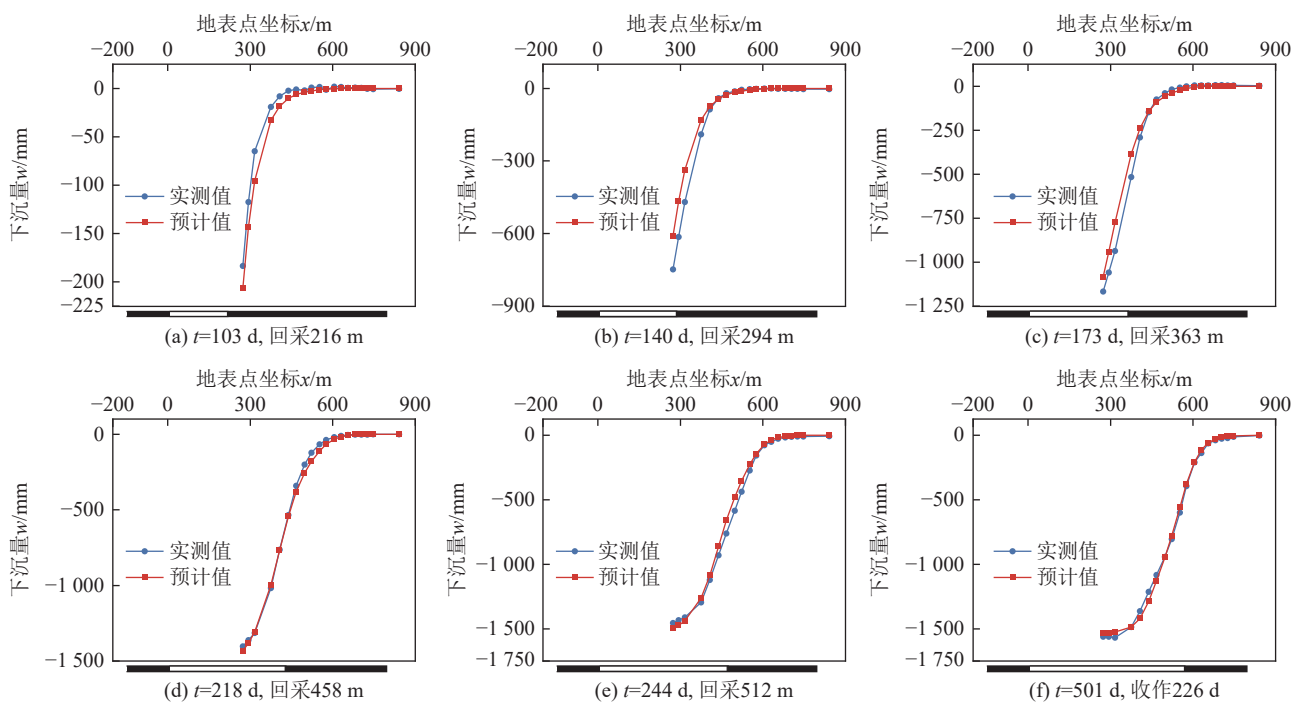


图 14 走向监测点预计下沉量与实测值对比

Fig.14 Comparison between predicted and measured subsidence values along the strike direction

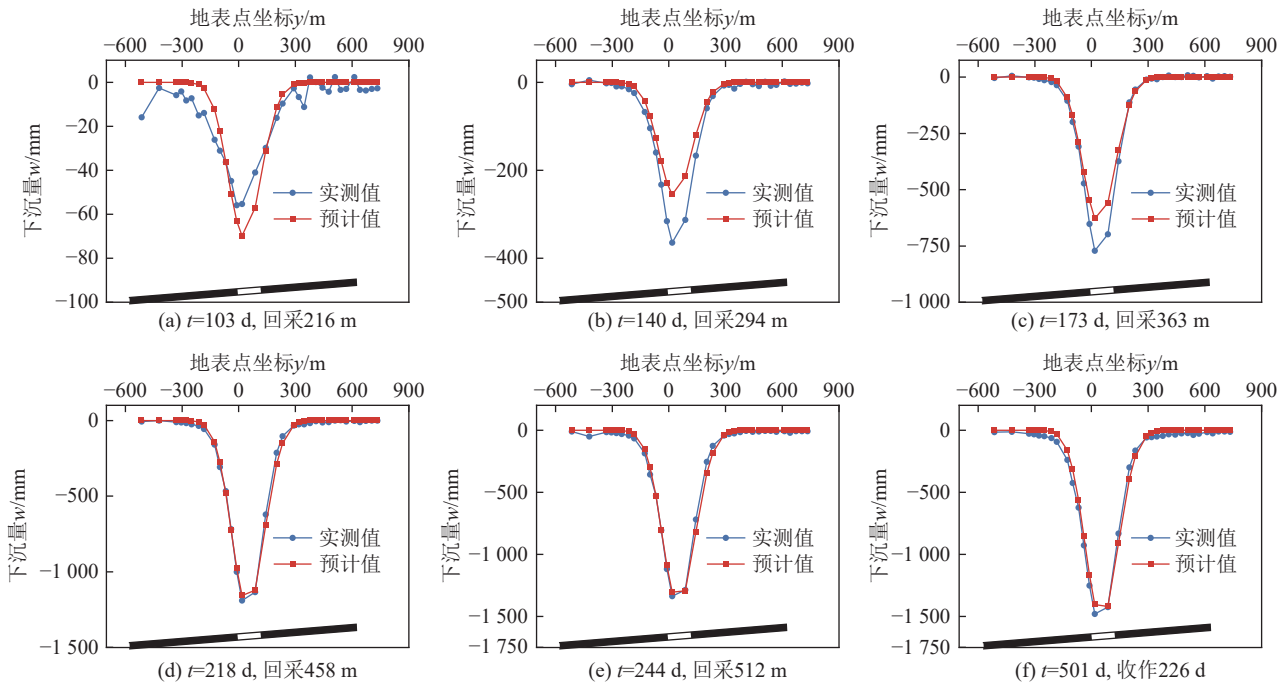


图 15 倾向监测点预计下沉量与实测值对比

Fig.15 Comparison between predicted and measured subsidence values along the dip direction

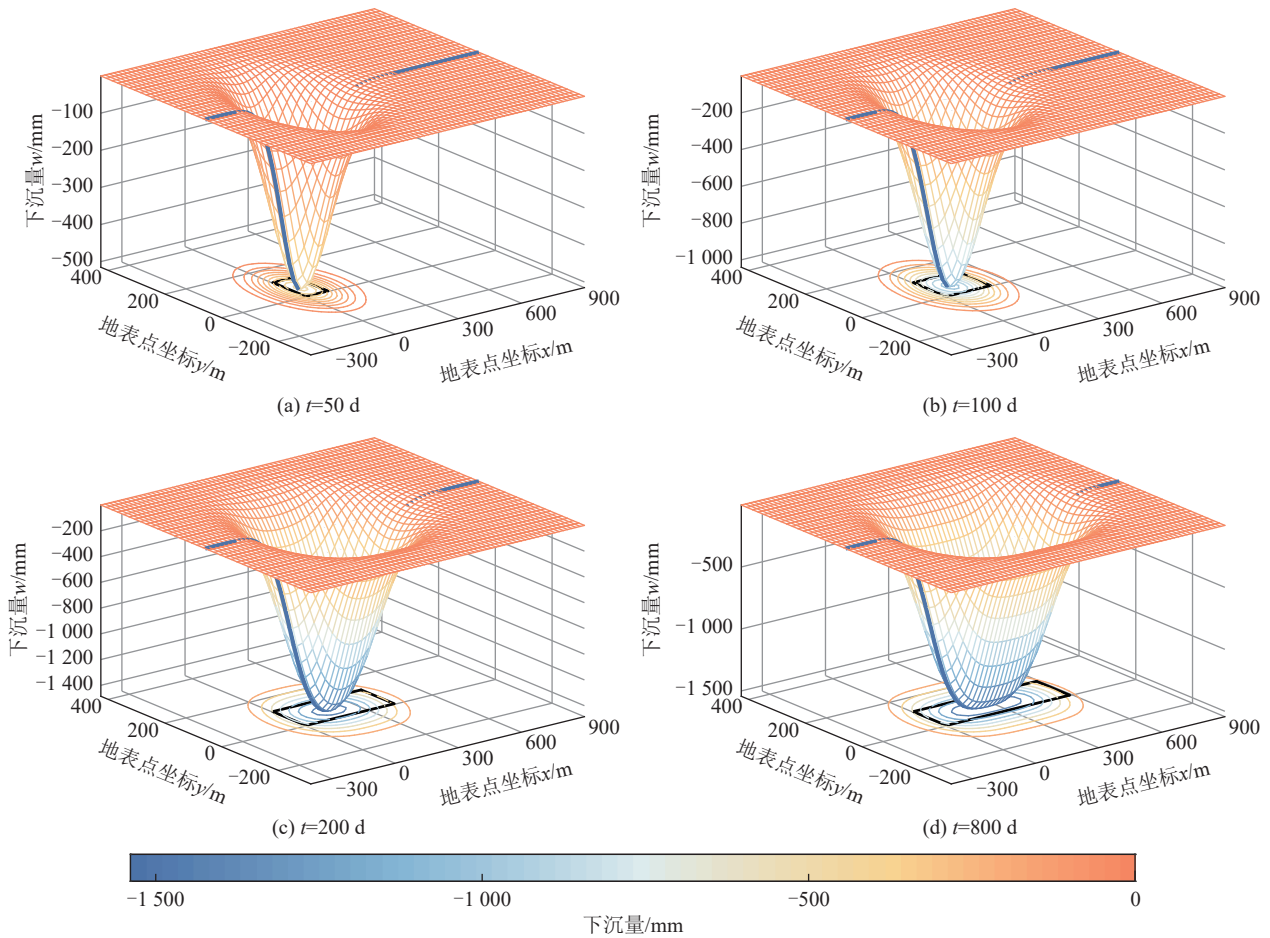


图 16 883⁻¹ 工作面不同时刻预计沉降盆地与等值线

Fig.16 The predicted subsidence basin and subsidence isoline of 883⁻¹ working face at different times

4 结 论

1) 建立了基于 Boltzmann 函数的地表沉陷动态预计时间函数模型, 并分析该模型特征, 应用该模型分别模拟单点地表下沉量、下沉速度、下沉加速度随时间变化趋势, 变化规律均符合地表沉陷动态过程, 与实际规律相符; 探究该时间函数模型各参数对模型图像的影响, 确定其物理意义, 形成了基于 Boltzmann 时间函数的动态预计模型参数体系。

2) 通过对单点实测下沉量进行拟合发现该模型拟合精度高, 拟合优度 R^2 达到 0.998 8, 相对误差为 -4.7%, 与双参数 Knothe 模型、Logistic 模型、Weibull 模型相比, 在地表沉陷动态预计中具有更好的拟合效果, 更适合进行地表沉陷动态预计。

3) 基于工程实例进行参数反演, 根据反演结果建立了沉陷盆地内任意点动态预计参数与地表最大下沉量、回采速度、覆岩岩性系数的相关关系; 给出了该模型各动态预计参数在地表任意点的计算方法, 并利用收集的 6 个工作面数据验证其精度可靠; 构建了融合 Boltzmann 时间函数与概率积分法的地表沉陷动态预计模型, 可实现对沉陷盆地内任意点任意时间的地表沉陷预计。

4) 运用该预计模型求得 883^{-1} 工作面多时期下沉量并进行精度验证, 结果显示: 开采过程中的动态预计相对误差最大值为 5.9%, 最小值为 2.7%, 相对误差保持在 6.0% 以内, 符合下沉趋势且精度可靠。并展示了 4 个时期地表沉陷盆地三维图及沉陷等值线。

参考文献(References):

- 武强, 刘宏磊, 曾一凡, 等. 我国绿色矿山建设现状与存在问题及对策建议[J]. 绿色矿山, 2023(1): 25-32.
WU Qiang, LIU Honglei, ZENG Yifan, et al. Situation, challenges, and proposed strategies for green mine construction in China[J]. Journal of Green Mine, 2023(1): 25-32.
- 桂智琛, 徐良骥, 刘潇鹏, 等. 基于时序 InSAR 的关闭矿井地表残余沉降监测[J]. 绿色矿山, 2024(1): 54-63.
GUI Zhichen, XU Liangji, LIU Xiaopeng, et al. Monitoring surface residual settlement of closed mines based on time series InSAR[J]. Journal of Green Mine, 2024(1): 54-63.
- 范雅慧, 刘英, 衡文静, 等. 基于遥感生态指数的神东矿区 1990—2022 年煤炭开采对生态环境的影响分析[J]. 绿色矿山, 2024, 2(1): 41-53.
FAN Yahui, LIU Ying, HENG Wenjing, et al. Impact analysis of coal mining on ecological environment in Shendong Mining area from 1990 to 2022 based on RSEI[J]. Journal of Mine, 2024, 2(1): 41-53.
- 陈绍杰, 张立波, 李振华, 等. 采煤沉陷区土地建筑利用研究进展与展望[J]. 绿色矿山, 2023(1): 101-118.
CHEN Shaojie, ZHANG Libo, LI Zhenhua, et al. Research progress and prospect of building utilization in coal mining subsidence areas[J]. Journal of Green Mine, 2023(1): 101-118.
- 李军, 王慧, 张成业, 等. 基于 Landsat 遥感影像的平庄西露天矿植被恢复效果与归因分析[J]. 绿色矿山, 2024(1): 31-40.
LI Jun, WANG Hui, ZHANG Chengye, et al. Analysis of vegetation restoration effect and attribution of Pingzhuang West Open-Pit Mine based on Landsat remote sensing images[J]. Journal of Green Mine, 2024(1): 31-40.
- 廖孟光, 戴华阳, 李梦涛, 等. 基于地表敏感变形和房屋因素的矿区建筑物损坏评价方法[J]. 煤炭学报, 2024, 49(5): 2445-2461.
LIAO Mengguang, DAI Huayang, LI Mengtao, et al. Mining-induced damage evaluation method of buildings based on surface sensitive deformation and housing factors[J]. Journal of China Coal Society, 2024, 49(5): 2445-2461.
- 戴华阳. 岩层与地表移动变形量的时空关系及描述方法[J]. 煤炭学报, 2018, 43(S2): 450-459.
DAI Huayang. Mining subsidence variables and their time-space relationship description[J]. Journal of China Coal Society, 2018, 43(S2): 450-459.
- 李全生, 郭俊廷, 戴华阳. 基于采动充分性的地表动态下沉预计方法[J]. 煤炭学报, 2020, 45(1): 160-167.
LI Quansheng, GUO Juntao, DAI Huayang. Surface dynamic subsidence prediction method based on mining sufficiency degree[J]. Journal of China Coal Society, 2020, 45(1): 160-167.
- 贺福帅, 胡海峰, 廉旭刚, 等. 与位置有关正态时间函数模型构建及参数[J]. 煤炭学报, 2020, 45(S2): 766-772.
HE Fushuai, HU Haifeng, LIAN Xugang, et al. Construction and parameter of normal time function model related to position[J]. Journal of China Coal Society, 2020, 45(S2): 766-772.
- 崔希民, 车宇航, MALINOWSKA A, 等. 采动地表沉陷全过程预计方法与存在问题分析[J]. 煤炭学报, 2022, 47(6): 2170-2181.
CUI Ximin, CHE Yuhang, MALINOWSKA A, et al. Method and problems for subsidence prediction in entire process induced by underground mining[J]. Journal of China Coal Society, 2022, 47(6): 2170-2181.
- 沈震, 徐良骥, 郭辉, 等. 一种改进的开采沉陷动态下沉模型[J]. 测绘科学, 2016, 41(12): 238-242.
SHEN Zhen, XU Liangji, GUO Hui, et al. An improved dynamic deformation model of mining subsidence[J]. Science of Surveying and Mapping, 2016, 41(12): 238-242.
- 郭旭炜, 杨晓琴, 柴双武, 等. 基于变异函数的地表沉陷动态预计模型研究[J]. 煤炭科学技术, 2021, 49(9): 159-166.
GUO Xuwei, YANG Xiaoqin, CHAI Shuangwu, et al. Study on surface subsidence dynamic prediction model based on variogram[J]. Coal Science and Technology, 2021, 49(9): 159-166.
- 黄乐亭, 王金庄. 地表动态沉陷变形的 3 个阶段与变形速度的研究[J]. 煤炭学报, 2006, 31(4): 420-424.
HUANG Leting, WANG Jinzhuang. Study on the three stages and deformation velocity of dynamic surface subsidence deformation[J]. Journal of China Coal Society, 2006, 31(4): 420-424.

- [14] 许国胜, 李德海, 侯得峰, 等. 厚松散层下开采地表动态移动变形规律实测及预测研究[J]. 岩土力学, 2016, 37(7): 2056–2062.
XU Guosheng, LI Dehai, HOU Defeng, et al. Measurement and prediction of the transient surface movement and deformation induced by mining under thick alluvium[J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, 37(7): 2056–2062.
- [15] HU Q F, DENG X B, FENG R M, et al. Model for calculating the parameter of the Knothe time function based on angle of full subsidence[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2015, 78: 19–26.
- [16] 崔希民, 缪协兴, 赵英利, 等. 论地表移动过程的时间函数[J]. 煤炭学报, 1999, 24(5): 453–456.
CUI Ximin, MIAO Xiexing, ZHAO Yingli, et al. Discussion on the time function of time dependent surface movement[J]. Journal of China Coal Society, 1999, 24(5): 453–456.
- [17] 常占强, 王金庄. 关于地表点下沉时间函数的研究: 改进的克诺特时间函数[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(9): 1496–1499.
CHANG Zhanqiang, WANG Jinzhuang. Study on time function of surface subsidence: The improved Knothe time function[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(9): 1496–1499.
- [18] 张兵, 崔希民. 开采沉陷动态预计的分段 Knothe 时间函数模型优化[J]. 岩土力学, 2017, 38(2): 541–548, 556.
ZHANG Bing, CUI Ximin. Optimization of segmented Knothe time function model for dynamic prediction of mining subsidence[J]. Rock and Soil Mechanics, 2017, 38(2): 541–548, 556.
- [19] 刘玉成, 曹树刚, 刘延保. 改进的 Knothe 地表沉陷时间函数模型[J]. 测绘科学, 2009, 34(5): 16–17, 31.
LIU Yucheng, CAO Shugang, LIU Yanbao. The improved Knothe time function for surface subsidence[J]. Science of Surveying and Mapping, 2009, 34(5): 16–17, 31.
- [20] 郭旭炜, 杨晓琴, 柴双武. 分段 Knothe 函数优化及其动态求参[J]. 岩土力学, 2020, 41(6): 2091–2097, 2109.
GUO Xuwei, YANG Xiaoqin, CHAI Shuangwu. Optimization of the segmented Knothe function and its dynamic parameter calculation[J]. Rock and Soil Mechanics, 2020, 41(6): 2091–2097, 2109.
- [21] 牛亚超, 徐良骥, 张劲满. 修正的 Knothe 沉陷预计模型及其参数研究[J]. 煤矿安全, 2019, 50(11): 206–209.
NIU Yachao, XU Liangji, ZHANG Jinman. Modified Knothe subsidence prediction model and its parameters[J]. Safety in Coal Mines, 2019, 50(11): 206–209.
- [22] 张亮亮, 程桦, 姚直书, 等. 基于改进 Knothe 时间模型的地表移动延续时间预测[J]. 煤炭学报, 2023, 48(11): 4001–4010.
ZHANG Liangliang, CHENG Hua, YAO Zhishu, et al. Prediction of mining-induced surface movement duration based on an improved Knothe time model[J]. Journal of China Coal Society, 2023, 48(11): 4001–4010.
- [23] 张文志, 邹友峰, 任筱芳. Logistic 模型在开采沉陷单点预测中的研究[J]. 采矿与安全工程学报, 2009, 26(4): 486–489.
ZHANG Wenzhi, ZOU Youfeng, REN Xiaofang. Research on logistic model in forecasting subsidence single-point during mining[J]. Journal of Mining & Safety Engineering, 2009, 26(4): 486–489.
- [24] 李春意, 赵亮, 李铭, 等. 基于 Logistic 时间函数地表动态沉陷预测及优化求参研究[J]. 安全与环境学报, 2020, 20(6): 2202–2210.
LI Chunyi, ZHAO Liang, LI Ming, et al. Prediction of surface progressive sub-sidence and optimization of predicting model parameters based on the Logistic time function[J]. Journal of Safety and Environment, 2020, 20(6): 2202–2210.
- [25] 刘东海, 邓念东, 姚婷, 等. 基于开采沉陷实测数据的 Weibull 时间函数模型参数研究[J]. 煤炭科学技术, 2021, 49(9): 152–158.
LIU Donghai, DENG Niandong, YAO Ting, et al. Study on parameters of Weibull time function model based on sited measured mining subsidence data[J]. Coal Science and Technology, 2021, 49(9): 152–158.
- [26] 高超, 徐乃忠, 孙万明, 等. 基于 Bertalanffy 时间函数的地表动态沉陷预测模型[J]. 煤炭学报, 2020, 45(8): 2740–2748.
GAO Chao, XU Naizhong, SUN Wanming, et al. Dynamic surface subsidence prediction model based on Bertalanffy time function[J]. Journal of China Coal Society, 2020, 45(8): 2740–2748.
- [27] 张兵, 崔希民, 赵玉玲, 等. 优化分段 Knothe 时间函数求参方法[J]. 煤炭学报, 2018, 43(12): 3379–3386.
ZHANG Bing, CUI Ximin, ZHAO Yuling, et al. Parameter calculation method for optimized segmented Knothe time function[J]. Journal of China Coal Society, 2018, 43(12): 3379–3386.
- [28] WANG J, YAN L, YANG K M, et al. Deriving mining-induced 3-D deformations at any moment and assessing building damage by integrating single InSAR interferogram and gompertz probability integral model (SII-GPIM)[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2022, 60: 4709817.
- [29] WANG J, YANG K M, WEI X P, et al. Prediction of longwall progressive subsidence basin using the gompertz time function[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2022, 55(1): 379–398.
- [30] 张兵, 崔希民, 胡青峰. 开采沉陷动态预计的正态分布时间函数模型研究[J]. 煤炭科学技术, 2016, 44(4): 140–145, 174.
ZHANG Bing, CUI Ximin, HU Qingfeng. Study on normal distributed time function model to dynamically predict mining subsidence[J]. Coal Science and Technology, 2016, 44(4): 140–145, 174.
- [31] 阎跃观, 戴华阳, ALEX Hay-Man Ng. DInSAR 动态下沉监测特征点错失问题研究[J]. 煤炭学报, 2012, 37(12): 2038–2042.
YAN Yueguan, DAI Huayang, NG A H. Problem of dynamic of monitoring subsidence feature points missed by DInSAR technology[J]. Journal of China Coal Society, 2012, 37(12): 2038–2042.
- [32] 王玉涛, 刘小平, 毛旭阁, 等. 基于 Usher 时间函数的采空区地表动态沉陷预测模型研究[J]. 煤炭科学技术, 2021, 49(9): 145–151.
WANG Yutao, LIU Xiaoping, MAO Xuge, et al. Research on prediction model of surface dynamic subsidence of mined-out region based on Usher time function[J]. Coal Science and Technology, 2021, 49(9): 145–151.
- [33] 李志辉, 张涵信. 稀薄流到连续流的气体运动论统一数值算法初步研究[J]. 空气动力学学报, 2000, 18(3): 255–263.
LI Zhihui, ZHANG Hanxin. Study on gas kinetic algorithm for

- flows from rarefied transition to continuum[J]. *Acta Aerodynamica Sinica*, 2000, 18(3): 255–263.
- [34] 李梦星, 张艳丽, 赵加贺, 等. 基于玻尔兹曼函数和磁畴能量最小化的电工钢片磁滞特性模拟[J]. *中国电机工程学报*, 2023, 43(21): 8538–8550.
- LI Mengxing, ZHANG Yanli, ZHAO Jiahe, et al. Modeling of hysteresis characteristics of electrical steel sheet based on Boltzmann function and domain energy minimization[J]. *Proceedings of the CSEE*, 2023, 43(21): 8538–8550.
- [35] 王宁, 吴侃, 刘锦, 等. 基于 Boltzmann 函数的开采沉陷预测模型[J]. *煤炭学报*, 2013, 38(8): 1352–1356.
- WANG Ning, WU Kan, LIU Jin, et al. Model for mining subsidence prediction based on Boltzmann function[J]. *Journal of China Coal Society*, 2013, 38(8): 1352–1356.
- [36] 江克贵, 王磊, 池深深, 等. 耦合拐点偏移修正的 Boltzmann 函数预计模型及其参数反演方法[J]. *采矿与岩层控制工程学报*, 2021, 3(2): 112–119.
- JIANG Kegui, WANG Lei, CHI Shenshen, et al. Boltzmann function prediction model coupled with the correction of inflection point offset and its parameter inversion method[J]. *Journal of Mining and Strata Control Engineering*, 2021, 3(2): 112–119.
- [37] ZHANG L L, CHENG H, YAO Z S, et al. Application of the improved Knothe time function model in the prediction of ground mining subsidence: A case study from Heze City, Shandong Province, China[J]. *Applied Sciences*, 2020, 10(9): 3147.
- [38] 张亮亮, 程桦, 姚直书, 等. 改进 Knothe 地表动态沉降预测模型及其参数分析[J]. *岩土工程学报*, 2023, 45(5): 1036–1044.
- ZHANG Liangliang, CHENG Hua, YAO Zhishu, et al. Improved Knothe surface dynamic subsidence prediction model and its parameter analysis[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2023, 45(5): 1036–1044.
- [39] 张亮亮, 程桦, 姚直书, 等. 基于改进 Knothe 时间模型的地表最大沉降速度预测[J]. *岩土力学*, 2023, 44(4): 1111–1119.
- ZHANG Liangliang, CHENG Hua, YAO Zhishu, et al. Prediction of maximum surface subsidence velocity based on improved Knothe time model[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2023, 44(4): 1111–1119.
- [40] 何国清. 矿山开采沉陷学[M]. 徐州: 中国矿业大学出版社, 1991.
- [41] 李春意, 高永格, 崔希民, 等. 云驾岭矿厚煤层综采地表沉陷时空演化规律研究[J]. *采矿与安全工程学报*, 2019, 36(1): 37–43, 50.
- LI Chunyi, GAO Yongge, CUI Ximin, et al. Spatiotemporal evolution of surface subsidence induced by fullymechanized thick coal underground mining in Yunjialing colliery[J]. *Journal of Mining & Safety Engineering*, 2019, 36(1): 37–43, 50.