

基于 LBM 的多分散颗粒-气泡湍流碰撞频率的直接数值模拟研究

杨学松^{1,2}, 陈冬琴^{1,2}, 王云琳^{1,2}, 李哲^{1,2}, 邢耀文^{1,2}, 桂夏辉^{1,2}

(1. 中国矿业大学 炼焦煤资源绿色开发全国重点实验室, 江苏 徐州 221116;

2. 中国矿业大学 国家煤加工与洁净化工程技术研究中心, 江苏 徐州 221116)

摘要: 浮选是细粒矿物提质除杂的重要手段, 但面临微细粒回收率低的难题。湍流是强化微细粒浮选的必要条件, 但其多尺度碰撞及调控机制尚未明晰。尤其对于多分散颗粒/气泡体系, 传统的浮选理论与现代工业应用之间存在一定的差距。以湍流中多分散颗粒-气泡碰撞行为为研究对象, 采用各向同性湍流直接数值模拟 (DNS), 并结合碰撞动力学理论, 以径向相对速度和分布函数为分析突破口, 研究了大尺度涡输运-微尺度涡局部富集效应下的湍流碰撞特性, 及其尺寸效应对碰撞过程的影响。研究发现: 多分散效应和惯性作用导致点粒子直接数值模拟结果与经典 Saffman & Turner 模型预测值存在明显差异, 明确了经典理论在预测多分散体系中的局限性, 强调了高保真预测多分散颗粒气泡体系中湍流特征与理想碰撞频率的必要性。在大涡输运和微涡富集的竞争协调作用下, 提高湍流耗散率和增大微细颗粒-气泡直径是提高多分散颗粒和气泡理想碰撞频率的有效途径。另外, 随着颗粒-气泡尺寸离散度的增加, 大涡输运作用被增强, 但微涡局部富集效应被削弱。因此存在最佳离散度可实现较高的多分散粒度的颗粒-气泡群碰撞频率。这表明调控浮选过程中的颗粒-气泡尺寸分布对提高分选效率具有重要意义。阐明了大尺度涡湍流输运效应与小尺度涡局部富集效应的竞争协同作用下颗粒-气泡碰撞机理, 为现代浮选颗粒-气泡矿化理论提供了丰富的理论支持。

关键词: 浮选; 湍流; 多尺度涡; 直接数值模拟; 碰撞频率

中图分类号: TK3 文献标志码: A 文章编号: 0253-9993(2025)05-2692-12

Direct numerical simulation study of multi-dispersed particle-bubble turbulent collision frequency based on the lattice boltzmann method

YANG Xuesong^{1,2}, CHEN Dongqin^{1,2}, WANG Yunlin^{1,2}, LI Zhe^{1,2}, XING Yaowen^{1,2}, GUI Xiahui^{1,2}

(1. State Key Laboratory of Coking Coal Resources Green Exploitation, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China; 2. National Engineering Research Center of Coal Preparation and Purification, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China)

Abstract: Flotation is an important method for upgrading and impurity removal of fine mineral particles, but it faces the challenge of low recovery rates for micro-fine particles. Turbulence is a necessary condition to enhance the flotation of micro-fine particles, yet the mechanisms of multi-scale collisions and their control remain unclear. Particularly for multi-dispersed particle/bubble systems, there exists a gap between traditional flotation theories and modern industrial applications.

收稿日期: 2024-04-18 策划编辑: 钱小静 责任编辑: 李雅楠 DOI: 10.13225/j.cnki.jccs.2024.0429

基金项目: 国家重点研发计划资助项目 (2023YFE0100600); 国家自然科学基金资助项目 (52174265, 51920105007)

作者简介: 杨学松 (1994—), 男, 山东德州人, 副教授, 博士。E-mail: xuesongyang@cumt.edu.cn

通讯作者: 桂夏辉 (1985—), 男, 安徽池州人, 教授, 博士。E-mail: guixiahui1985@163.com

引用格式: 杨学松, 陈冬琴, 王云琳, 等. 基于 LBM 的多分散颗粒-气泡湍流碰撞频率的直接数值模拟研究[J]. 煤炭学报, 2025, 50(5): 2692-2703.

YANG Xuesong, CHEN Dongqin, WANG Yunlin, et al. Direct numerical simulation study of multi-dispersed particle-bubble turbulent collision frequency based on the lattice boltzmann method[J]. Journal of China Coal Society, 2025, 50(5): 2692-2703.



移动阅读

The behavior of multi-dispersed particle-bubble collisions in turbulence is focused on, utilizing isotropic turbulent direct numerical simulation (DNS) combined with collision dynamics theory. By examining radial relative velocity and distribution functions, this study explores the characteristics of turbulent collisions under the effects of large-scale eddy transport and microscale eddy local enrichment, and the impact of size effects on the collision process. The research finds that the effects of polydispersity and inertia lead to significant discrepancies between the DNS results of point particles and the predictions of the classical Saffman & Turner model, highlighting the limitations of classical theories in predicting behaviors in polydisperse systems. These findings underscore the necessity for high-fidelity predictions of turbulence characteristics and ideal collision frequencies within polydisperse particle-bubble systems. Under the competitive and cooperative interactions between large-scale eddy transport and microscale eddy enrichment, increasing the turbulence dissipation rate and enlarging the diameters of very fine particles/bubbles prove to be effective strategies to enhance the ideal collision frequency of polydisperse particles and bubbles. Additionally, as the dispersion of particles/bubbles increases, the effect of large-scale eddy transport is enhanced, while the effect of microscale eddy enrichment is weakened. Therefore, there exists an optimal dispersion that achieves higher collision frequencies in polydisperse particle-bubble groups. This indicates that controlling the particle/bubble size distribution during the flotation process is crucial for improving separation efficiency. This study elucidates the mechanisms of particle-bubble collisions under the competitive and synergistic effects of large-scale eddy turbulence transport and microscale eddy enrichment, providing rich theoretical support for modern flotation theories of particle-bubble mineralization.

Key words: flotation; turbulence; multi-scale eddy; direct numerical simulation; collision frequency

0 引 言

在世界各国加紧矿产资源前瞻布局和大国博弈日益升级的国际形势下, 加强矿产资源的开发和高质量利用愈发重要^[1]。我国矿产资源供需矛盾突出, 国民经济高速发展对矿产资源的需求急剧攀升, 而矿产资源“贫、细、杂”低品质化问题日益突显, 因此亟需开发低品质矿产资源高效提取和加工技术^[2]。浮选技术以其高效的回收能力和对复杂矿石的精准选择性, 在我国矿产资源开发和利用中扮演着重要角色^[3]。然而浮选存在明显的尺寸效应, $-20\ \mu\text{m}$ 微细矿物的浮选效率显著降低^[4]。颗粒-气泡碰撞是浮选矿化反应的前提, 微细粒质量小、惯性低, 易随流线运动而难以与气泡发生碰撞, 最终导致浮选回收率低^[5]。鉴于此, 颗粒-气泡碰撞机制研究成为提升微细粒浮选效率的关键。

现有颗粒-气泡碰撞理论大多局限于理想流态 (Stokes 流或势流), 其对应的确定性碰撞作用机制 (拦截碰撞、重力碰撞和惯性碰撞) 理论成熟^[6]。学术界和工程界公认: 湍流是强化颗粒-气泡碰撞的必要条件^[7]。湍流中流体、颗粒、气泡随机运动引发的湍流碰撞机制引起越来越多的关注^[8]。湍流是由不同尺度和频率的涡组成, 伴随着能量的传递, 大涡不断破裂为微涡^[9]。多尺度涡湍流作用下的颗粒-气泡碰撞机制可分为剪切、差异沉降、加速和局部富集等^[10]。不同尺度涡与颗粒/气泡间存在非线性相互作用, 并且不

同尺度涡对碰撞过程的作用机制是不同的。NGUYEN 等^[11]指出主导浮选颗粒-气泡碰撞的涡尺度范围为 $15\sim 20\ \eta_k \leq \eta \leq 0.06A$ (η_k 为 Kolmogorov 长度尺度, η 为涡尺度, A 为宏观尺度)。流体剪切碰撞是颗粒或气泡沿着湍流剪切流线运动发生位置变化而发生碰撞。类似于拦截碰撞; 差异沉降机制是湍流涡内颗粒或气泡由于沉降速度差异而发生碰撞, 类似于重力碰撞; 加速机制是颗粒或气泡在湍流涡的加速作用下在涡间传递导致的碰撞, 类似于惯性碰撞^[10-11]; 在湍流中, 大尺度涡旋通过在流场中传输能量与动量, 直接影响颗粒与气泡的运动。这些涡旋为剪切、差异沉降和加速等碰撞机制创造了动力环境, 从而调控了颗粒和气泡在湍流中的分布与动态, 促进了颗粒-气泡碰撞^[12]。大涡输运效应对颗粒/气泡碰撞频率的影响已引起广泛关注。如典型的 Saffman-Turner 模型^[13], 适用于小惯性粒子, 粒子速度与周围载流体的速度完全相关。而 Abrahamson 模型^[14]适用于大惯性粒子, 粒子速度与周围流体的速度完全不相干。此外适用于一般性粒子的 WILLIAMS 和 CRANE^[15]、Kruis 和 Kusters 公式^[16]也被广泛应用于预测浮选体系颗粒-气泡碰撞频率。李晓恒^[17]耦合 Fluent-EDEM 软件开展数值模拟研究, 通过修正颗粒流向滑移速度, 重构了 Abrahamson 碰撞模型。上述研究聚焦于湍流大涡, 忽略了微涡。

微涡富集效应对颗粒-气泡碰撞特性影响显著。在高应变率和低涡度区域, 颗粒/气泡的弛豫时间接

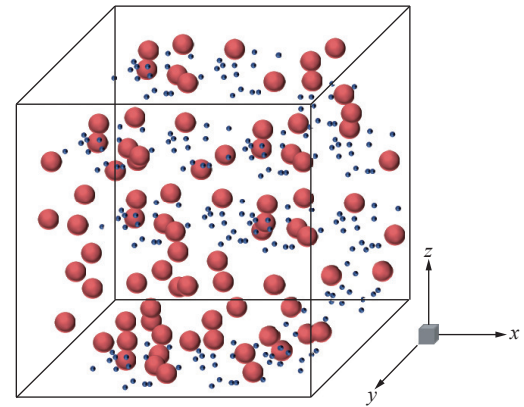
近 Kolmogorov 时间尺度, 颗粒-气泡群呈现局部富集效应^[18]。据报道, 局部富集效应可使碰撞频率增加 1~2 个数量级^[19]。针对微涡局部富集效应, 王连平等^[20]采用直接数值模拟 (DNS) 研究了湍流场颗粒运动和分布规律, 采用径向分布函数量化局部富集效应, 研究表明局部富集效应与泰勒雷诺数 R_λ 成线性关系, 而大涡输运效应最大值与 $R_\lambda^{1/2}$ 成线性关系, 从而开发了考虑多尺度涡作用的碰撞频率模型。上述模型均适用单一类型粒子, 而浮选系统颗粒和气泡对湍流的响应是不一致的, 用单一粒子的碰撞模型描述气泡-颗粒碰撞过程难免存在误差。FAYED 等^[21]采用伪谱法耦合点粒子法对均匀各向同性湍流中的颗粒-气泡碰撞进行直接数值模拟, 研究发现颗粒和气泡的分离行为导致颗粒和气泡之间的碰撞频率降低, 并指出有理论模型尚未考虑颗粒和气泡的局部富集效应。CHEN 等^[22-23]也对均匀各向同性湍流中颗粒与气泡碰撞进行直接数值模拟, 以径向分布函数量化局部富集效应, 研究发现径向分布函数随湍流耗散速率的增加而显著增大。综上, 湍流多尺度涡的作用机制有待进一步开展, 大涡输运效应研究相对完善, 而微涡局部富集效应尚未完全解析。

传统的理想碰撞频率预测模型均建立在单分散颗粒或气泡的理论基础上, 而颗粒和气泡的多分散性为理解多尺度涡作用下碰撞规律和预测理想碰撞频率带来了更大的挑战。笔者基于多分散粒度分布的颗粒-气泡群碰撞介尺度模型, 结合运动学碰撞理论, 采用径向分布函数反映湍流的局部富集效应, 采用径向相对速度量化湍流输运效应, 采用运动学碰撞核量化碰撞特性。定义离散度 CV 表征多分散颗粒和气泡粒径的离散或波动程度, 分析多尺度涡结构对多分散颗粒-气泡的时空分布及碰撞特征的影响。这将有助于深入明晰颗粒-气泡碰撞机理, 丰富现代浮选颗粒-气泡矿化理论, 对微细粒难浮矿物浮选过程强化实践同样具有重要意义。

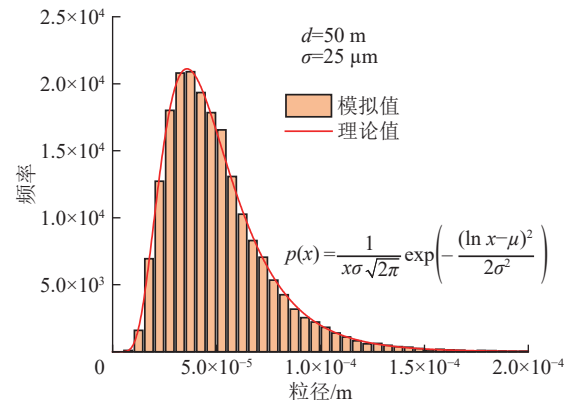
1 数理模型

1.1 物理模型

笔者采用计算区域如图 1a 所示, 边长为 1 mm 的正立方体。无论是湍流还是粒子 (颗粒或气泡) 运动过程, 立方体 6 个方向均为周期性边界条件。初始时刻, 颗粒和气泡的位置完全随机分布于立方体空间内, 颗粒和气泡的粒径遵循对数正态分布, 如图 1b 所示。对数正态分布是一种常见的反映实际颗粒和气泡粒径的分散程度分布^[24], 其概率密度函数为 $p(x)$:



(a) 计算区域



(b) 对数正态分布

图 1 计算区域和颗粒/气泡粒径分布

Fig.1 Computational domain and particle/bubble size distribution

$$p(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (1)$$

其中, μ 为颗粒或气泡粒径对数的平均值; σ 为颗粒或气泡粒径对数的标准差。为了表征粒径的离散或波动程度, 定义标准差 σ 除以平均值 μ 为离散度 CV。具体模拟参数见表 1。本研究选择褐煤作为矿物, 其颗粒密度一般为 1 050~1 300 kg/m^3 , 本研究取

表 1 模拟参数

Table 1 Simulation parameters

相态	参数	数值
流体相	物理边长 L/mm	1
	液体黏度 $\mu/(\text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1})$	10^{-6}
	液体密度 $\rho/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	1 000
	网格数 L	128
颗粒相	数量 N_p	10 000
	平均直径 $d_p/\mu\text{m}$	10~50
	密度 $\rho_p/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	1 175
气泡相	数量 N_b	10 000
	平均直径 $d_b/\mu\text{m}$	10~50
	密度 $\rho_b/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	1

平均值 1175 kg/m^3 。

1.2 数学模型

湍流浮选体系内颗粒-气泡-液体三相流物理行为和运输机制的时空多变性和强耦合性, 导致其高保真数值模拟成为一项巨大的挑战^[25]。本研究采用介观的格子玻尔兹曼方法, 避免求解复杂的压力-速度耦合方程, 如图 2a 所示^[26]。

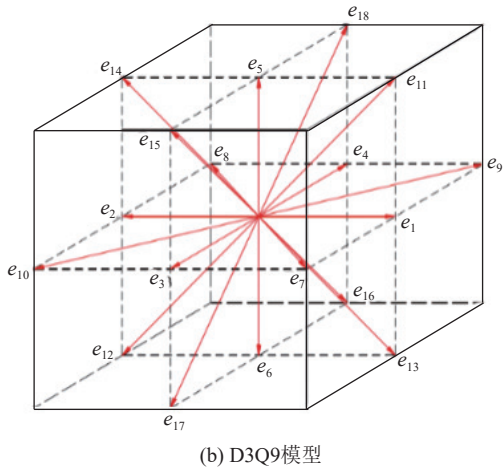
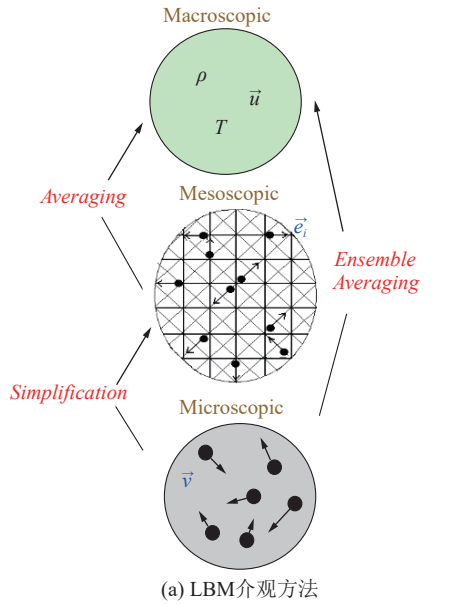


图 2 格子玻尔兹曼方法和 D3Q9 模型

Fig.2 Lattice Boltzmann method and D3Q9 Model

$$F \equiv \begin{cases} F_x = A \sum_{k_i=-k_{\max}}^{k_{\max}} \left[\frac{k_1 k_2}{k^2} \sin(kz + \varphi) + \frac{k_1 k_3}{k^2} \sin(ky + \varphi) \right] \\ F_y = A \sum_{k_i=-k_{\max}}^{k_{\max}} \left[\frac{k_2 k_3}{k^2} \sin(kx + \varphi) + \frac{k_1 k_2}{k^2} \sin(kz + \varphi) \right] \\ F_z = A \sum_{k_i=-k_{\max}}^{k_{\max}} \left[\frac{k_1 k_3}{k^2} \sin(ky + \varphi) + \frac{k_2 k_3}{k^2} \sin(kx + \varphi) \right] \end{cases} \quad (8)$$

式中: A 为幅值; k_{\max} 为最大波数; φ 为相位。通过调节幅值 A , 可以直接影响施加于流体系统中的能量水

格子玻尔兹曼方法控制方程^[27]为

$$f_a(x + e_a \delta t, t + \delta t) - f_a(x, t) = -\frac{1}{\tau} (f_a(x, t) - f_a^{\text{eq}}(x, t)) + 3\rho w_a (e_a F) \quad (2)$$

式中: f_a 为分布函数; τ 为松弛时间; f_a^{eq} 为平衡分布函数; ρ 为密度; w_a 为离散速度方向; e_a 为格子速度; F 为外力。

其中平衡态分布函数 f_a^{eq} 可通过式 (13) 计算:

$$f_a^{\text{eq}}(x, t) = w_a \rho + 3w_a \rho (e_a u) + w_a \rho \left(\frac{9}{2} (e_a u)^2 - \frac{3}{2} w_a \rho (uu) \right) \quad (3)$$

式中: u 为速度。

对于 D3Q19 模型, 流体粒子有 19 个离散的速度方向 w_a , 如图 2b 所示。每个速度方向都对应一个权重^[28], 具体如下:

$$w_a = \begin{cases} \frac{1}{3}, & \alpha = 0 \\ \frac{1}{18}, & \alpha = 1 - 6 \\ \frac{1}{36}, & \alpha = 7 - 18 \end{cases} \quad (4)$$

各个速度方向的格子速度 e_a 为

$$e_a = \begin{cases} (0, 0, 0), \alpha = 0, \\ (\pm 1, 0, 0), (0, \pm 1, 0), (0, 0, \pm 1), \alpha = 1 - 6, \\ (\pm 1, \pm 1, 0), (\pm 1, 0, \pm 1), (0, \pm 1, \pm 1), \alpha = 7 - 18 \end{cases} \quad (5)$$

通过在每个格子点上计算分布函数 f_a 的演化, 可以更新流场的宏观量, 如密度 ρ 和速度 u 。宏观物理量密度和速度可通过下式计算:

$$\rho = \sum_a f_a \quad (6)$$

$$u = \frac{1}{\rho} \sum_a e_a f_a \quad (7)$$

笔者使用 Eswaran-Pope 随机强迫方案来产生和维持均匀各向同性湍流^[29]。具体地, 通过在傅里叶空间中对低波数模态施加一个复杂的向量值的 Uhlenbeck-Ornstein 随机过程, 来实现预设的能量谱:

平, 从而精确控制湍流强度和能量分布, 对于生成一致且可重复的湍流条件至关重要。因此, 本研究选择

调节幅值 A 构造不同湍流强度的各向同性湍流。

使用点粒子法来模拟颗粒和气泡的运动, 采用 Maxey-Riley 方程的简化形式, 考虑了曳力项、流体加速度项、重力和浮力的合力项^[30]。采用四阶 Runge-Kutta 方法更新颗粒和气泡的速度和位置, 控制方程具体如下:

$$\frac{dV_i}{dt} = \frac{(U_i - V_i)f(Re_\alpha)}{\tau_\alpha} + \beta \frac{DU_i}{Dt} + (1 - \beta)g \quad (9)$$

式中: V_i 为粒子 i 方向的速度, m/s; U_i 为流体 i 方向速度, m/s; $f(Re_\alpha)$ 为曳力系数的校正系数; τ_α 为粒子响应时间, s; β 为运动学参数; g 为重力加速度, m/s²。

曳力系数的校正系数 $f(Re_\alpha)$ 可通过下式计算:

$$f(Re_\alpha) = \begin{cases} 1, Re_\alpha < 1 \\ 1 + \frac{3.6}{Re_\alpha^{0.313}} \left(\frac{Re_\alpha - 1}{19} \right)^2, 1 \leq Re_\alpha \leq 20 \\ 1 + 0.15Re_\alpha^{0.687}, Re_\alpha > 20 \end{cases} \quad (10)$$

雷诺数 Re_α 可通过下式计算:

$$Re_\alpha = \frac{d_\alpha |V_i - U_i|}{\nu} \quad (11)$$

式中: d_α 和 ν_f 分别为粒子 α 的直径和流体黏度。

参数 β 可通过下式计算:

$$\beta = 3\rho_f |(\rho_f + 2\rho_\alpha)| \quad (12)$$

粒子 α 的响应时间 τ_α 可通过下式计算:

$$\tau_\alpha = (d_\alpha/2)^2/3\nu\beta \quad (13)$$

1.3 湍流多尺度特征描述

湍流特征参数包括湍动能 k 和湍流耗散率 ε , 可分别通过下式计算:

$$k = \frac{1}{2} u'_i u'_i \quad (14)$$

$$\varepsilon = \nu \left\langle \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \right\rangle \quad (15)$$

湍流的微尺度特性可采用 Kolmogorov 长度尺度 η_k 、时间尺度 (即翻转时间) τ_k 和速度尺度 v_k 进行描述, 其计算式分别为

$$\eta_k = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{1/4} \quad (16)$$

$$\tau_k = \sqrt{\frac{\nu}{\varepsilon}} \quad (17)$$

$$v_k = (\nu\varepsilon)^{1/4} \quad (18)$$

湍流的大尺度特性一般采用大涡长度尺度 L_c 、大涡翻转时间 T_c 和整体均方根脉动速度 u_0 进行描述,

可通过式 (19)~式 (20) 计算:

$$u_0 = \sqrt{(u_{\text{rms}}^2 + v_{\text{rms}}^2 + w_{\text{rms}}^2)/3} \quad (19)$$

$$L_c = \frac{u_0^3}{\varepsilon} \quad (20)$$

$$T_c = \frac{L_c}{u_0} \quad (21)$$

3 个方向上的均方根脉动速度 u'_{rms} 、 v'_{rms} 和 w'_{rms} 可通过式 (22)~式 (24) 计算:

$$u'_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (u'_i)^2} \quad (22)$$

$$v'_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (v'_i)^2} \quad (23)$$

$$w'_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (w'_i)^2} \quad (24)$$

泰勒微尺度 λ_T 、泰勒尺度涡翻转时间 τ_λ 和泰勒雷诺数 Re_λ 是描述介尺度特性的重要参数, 可通过下式计算:

$$\lambda_T = \sqrt{\frac{15\nu u_0^2}{\varepsilon}} \quad (25)$$

$$\tau_\lambda = \frac{\lambda_T}{u_0} \quad (26)$$

$$Re_\lambda = \frac{\lambda_T u_0}{\nu} \quad (27)$$

1.4 碰撞动力学特征描述方法

通过上述直接数值模拟得到颗粒和气泡的空间位置分布和速度矢量后, 本研究基于运动学碰撞理论, 采用径向分布函数量化局部富集效应, 采用径向相对速度量化湍流输运效应^[20], 其表达式为

$$g(R_{\text{pb}}) = \frac{N_{\text{pb, pairs}}/V_{\text{shell}}}{N_p N_b/V_D} \quad (28)$$

$$w_r = \frac{\mathbf{w}_{\text{pb}} \cdot \mathbf{r}_{\text{pb}}}{\|\mathbf{r}_{\text{pb}}\|} \quad (29)$$

式中: R_{pb} 为碰撞半径, m; $N_{\text{pb, pairs}}$ 为碰撞对数量; V_{shell} 为碰撞壳层体积, m³; N_p 为颗粒数目; N_b 为气泡数目; V_D 为计算域体积, m³; \mathbf{w}_{pb} 为相对速度矢量, m/s; \mathbf{r}_{pb} 为位置矢量, m。

具体来讲, 碰撞半径可通过颗粒半径和气泡半径之和进行计算:

$$R_{pb} = r_p + r_b \quad (30)$$

当颗粒和气泡的中心都落在碰撞壳层 $(1-6\%)R_{pb} \leq (1+6\%)R_{pb}$ 内时即认为有效的碰撞对, 记录下碰撞对数量 $N_{pb,pairs}$ 以及径向相对速度 w_{pb} 。

运动学碰撞核可通过下式计算:

$$\Gamma_{pb}^k = 2\pi R_{pb}^2 \overline{w_r(R_{pb})} g(R_{pb}) \quad (31)$$

碰撞频率 N , 即单位时间单位体积碰撞次数, 其表达式为^[22]

$$N = \Gamma_{pb}^k \bar{n}_p \bar{n}_b \quad (32)$$

式中: 颗粒平均密度 $\bar{n}_p = N_p/V_D$, 气泡平均密度 $\bar{n}_b = N_b/V_D$ 。

1.5 模型验证

首先开展单个粒子自由沉降的数值模拟, 将模拟值与理论值进行了对比。如图 3a 所示, 采用粒子最终沉降速度的理论解与模拟值保持一致, 初步验证了点粒子模型的有效性。进一步开展了同一类颗粒小惯性粒子碰撞的数值模拟, 并将模拟结果与 Saffman & Turner 理论模型开展了模型验证, 结果如图 3b 所示。由图可知, 不同湍流耗散率条件下的颗粒碰撞频率与

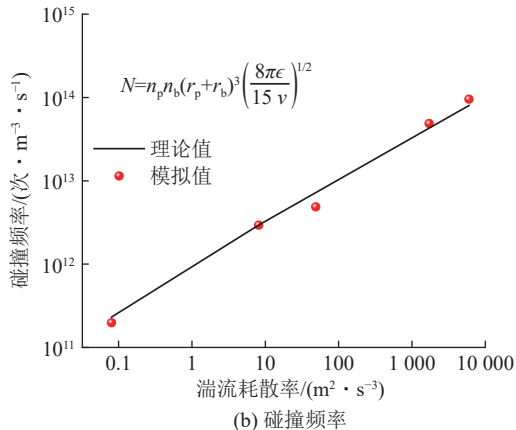
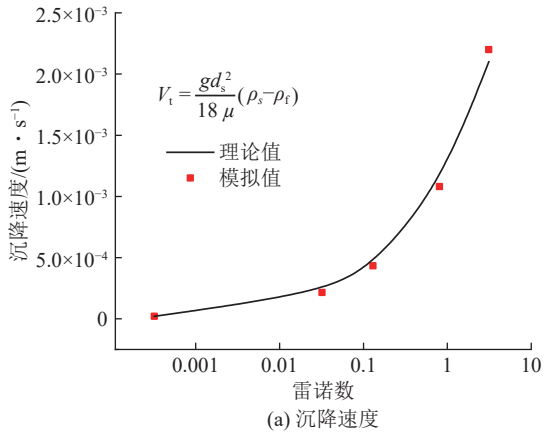


图 3 模型验证

Fig.3 Model validation

理论值具有较好的一致性, 从而充分验证了模型的准确性。

2 结果与讨论

图 4 首先给出了不同湍流耗散率条件下, 速度、涡量和湍动能大小的瞬时分布云图。由图 4a 可知, 速度场呈现为不均匀分散的高速区域, 而湍流耗散率对速度场分布有显著影响。湍流耗散率增大不仅导致整体速度升高, 而且加剧了速度场波动性。随着湍流耗散率的增加, 流体动能加快转化为热能, 大尺度涡在高耗散率下被破坏。因此, 速度场的空间组织性会随着耗散率的增加而减少, 导致速度场表现为更加分散的高速区域。

涡量是表征流体旋转强度的物理量。湍流耗散率对涡量的大小和分布的影响如图 4b 所示。由图可知, 随着湍流耗散率的增加, 小尺度涡的数量和强度均增加。这是由于高耗散率会促进大尺度涡能量向小尺度传递和散发, 导致小尺度涡涡量增加。从图中还可以观察到, 在高耗散率的条件下, 由于小尺度涡旋的增加, 涡量空间分布变得更加不均匀。

湍动能是表征湍流中速度涨落强度的物理量。图 4c 显示了湍动能大小分布云图。由图可知, 随着湍流耗散率的增加, 高耗散率导致了从大尺度到小尺度的能量转移变得更加有效, 在能量级联的过程中会伴随着更多的湍动能的产生。因此, 云图表现为更广泛的高能区域分布。湍流耗散率的变化会影响湍动能在空间上的分布, 可能导致更加不均匀的能量分布, 这表明涡旋破碎和能量耗散过程在空间上的不均匀性。

为了进一步理解湍流物理特性, 表 2 给出了不同湍流耗散率条件下的关键流体力学统计参数。本研究通过调整幅值控制施加在流体系统外部扰动的能量水平, 从而使得湍流的各种特征参数发生相应的变化。由表 2 可知, 随着幅值的增加, 耗散率显著增大, 表明更多的湍动能被转化为热能。这也意味着流场中能量的传递和级联过程更为活跃, 特别是在小尺度结构中。幅值增加也导致湍动能增大, 这表示流场中的速度脉动变得更加剧烈, 反映了更高的动能水平和流体的不稳定性。均方根脉动速度直接与湍动能相关, 其增大反映了流体速度的波动随着扰动能量的增加更加显著。随着扰动幅值的增加, 大涡长度尺度减小。这表明能量在较小的空间尺度上耗散, 即流场中大尺度涡旋的影响减少, 而小尺度涡旋的影响增加。大涡翻转时间的减小意味着大涡的动态变得更快, 这与更高的能量输入和更剧烈的湍流状态有关。

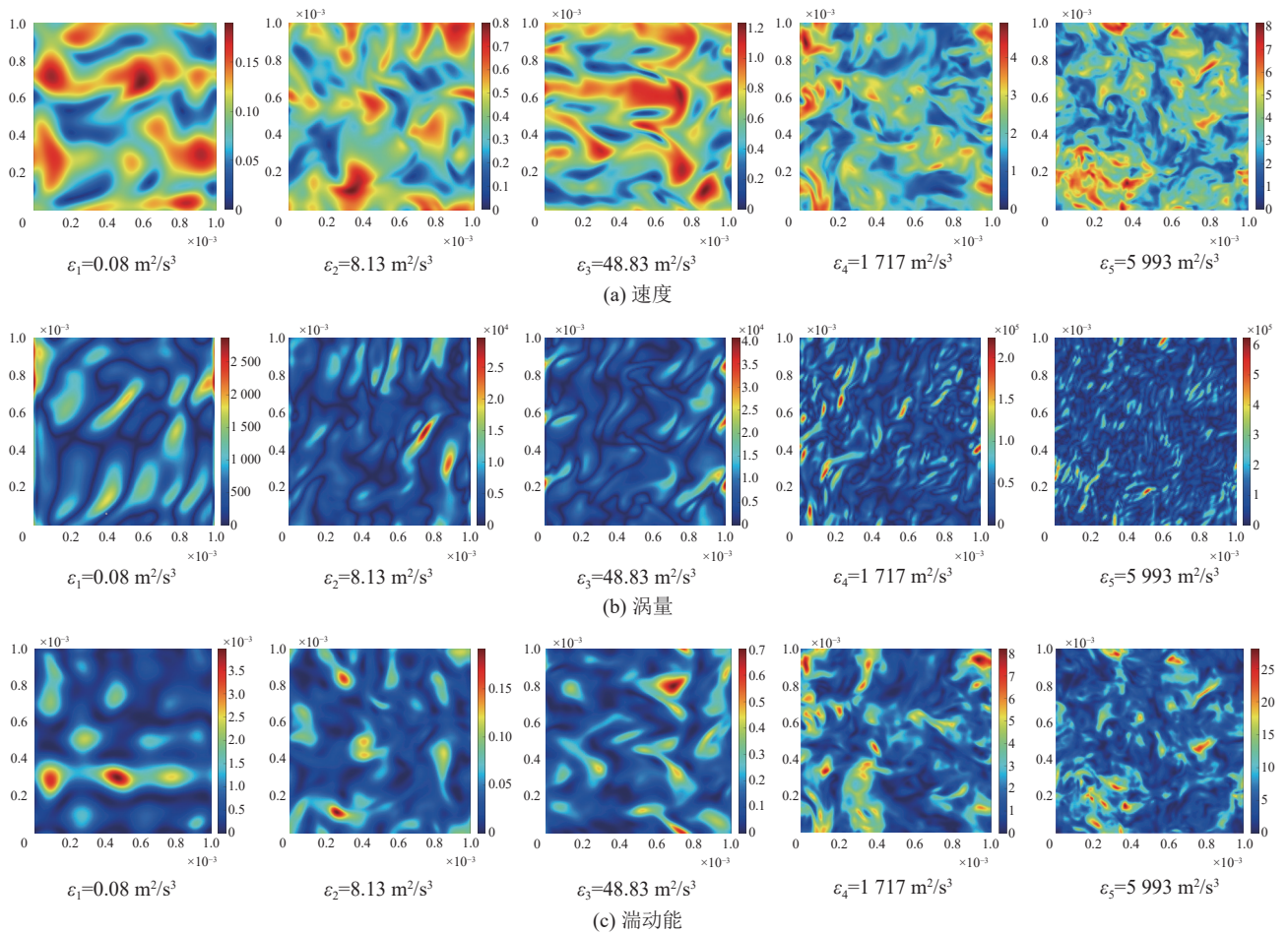


图 4 各向同性湍流特征参数云图

Fig.4 Contour plots of characteristic parameters of isotropic turbulence

表 2 各向同性湍流流动特性

Table 2 Flow characteristic of isotropic turbulence

工况	1	2	3	4	5
幅值 A	1×10^{-4}	5×10^{-6}	1×10^{-5}	5×10^{-6}	1×10^{-6}
湍动能 $k / (m^2 \cdot s^{-2})$	5.46	1.86	0.95	1.93×10^{-2}	1.78×10^{-4}
耗散率 $\epsilon / (m^2 \cdot s^{-3})$	5993	1717	48.83	8.13	0.08
均方根脉动速度 $u_0 / (m \cdot s^{-1})$	2.11	1.29	0.38	0.24	0.46
大涡长度尺度 L_e / m	1.57×10^{-3}	1.25×10^{-3}	1.14×10^{-3}	1.63×10^{-3}	1.98×10^{-3}
大涡翻转时间 T_e / s	7.44×10^{-4}	9.71×10^{-4}	2.99×10^{-3}	6.88×10^{-3}	4.27×10^{-2}
Kolmogorov 长度尺度 η_k / m	4.00×10^{-6}	5.00×10^{-6}	1.20×10^{-5}	1.90×10^{-5}	6.70×10^{-5}
Kolmogorov 时间尺度 τ_k / s	1.30×10^{-5}	2.40×10^{-5}	1.43×10^{-4}	3.51×10^{-4}	4.46×10^{-3}
Kolmogorov 速度尺度 $v_k / (m \cdot s^{-1})$	0.28	0.20	8.36×10^{-2}	5.34×10^{-2}	1.50×10^{-2}
泰勒微尺度 λ / m	1.06×10^{-4}	1.21×10^{-4}	2.12×10^{-4}	3.21×10^{-4}	8.00×10^{-4}
泰勒雷诺数 Re_λ	223	156	81	76	37
Z和Y方向均方根脉动速度比率 R	1.014	1.089	0.949	1.041	1.145

Kolmogorov 尺度和时间尺度减小表示湍流耗散过程中最小尺度结构的特征尺寸变小, 即小尺度涡旋变得

更小, 而其翻转时间变得更短, 这与更高的耗散率和湍动能相符合。Kolmogorov 速度尺度的增大表明在

Kolmogorov 尺度上的速度涨落更加显著, 与整体流场的增加的湍流活动水平一致。泰勒微尺度随着幅值的增加而减小, 表明速度场的相关尺度变小。这意味着流体速度涨落在更小的尺度上变得显著, 这与增加的湍流活动和更高的湍流强度一致。泰勒雷诺数随着幅值的增加而增大, 泰勒雷诺数是表征湍流强度的无量纲数, 其增加意味着流体的湍流强度提高。最后通过计算 Z 和 Y 方向上速度均方根比率 $R = \frac{w'_{rms}}{v'_{rms}}$ 评估湍流场各向同性, 比率接近 1, 证明本研究构造了理想各向同性湍流。

综上所述, 随着施加在流体上的外部扰动能量水平的增加, 流体的湍流特性显著增强, 表现为湍流动能的增加, 速度脉动的加剧, 以及涡旋结构尺度的减小和转动时间的缩短。这种变化反映了流场由大尺度涡旋主导向小尺度涡旋主导的转变, 并且整个流场的能量转化和涡旋动态变得更加复杂和剧烈。

图 5 给出了颗粒和气泡在 Z 方向上的空间位置归一化概率密度分布。由图可知, 颗粒(黑线)和气泡(红线)归一化概率密度分布曲线都在中心区域达到峰值, 表明大部分颗粒和气泡集中在某个特定的 Z 坐标范围内。但颗粒和气泡曲线峰值对应着颗粒和气泡最密集的区域呈现明显差异。由于密度不同, 颗粒在重力作用下偏向于周期性立方体区域的下半部分, 而气泡在浮力作用下偏向于周期性立方体区域的上半部分。

为了探索湍流强度和涡结构对颗粒-气泡运动行为的影响规律, 图 6a 给出了不同湍流耗散率条件下

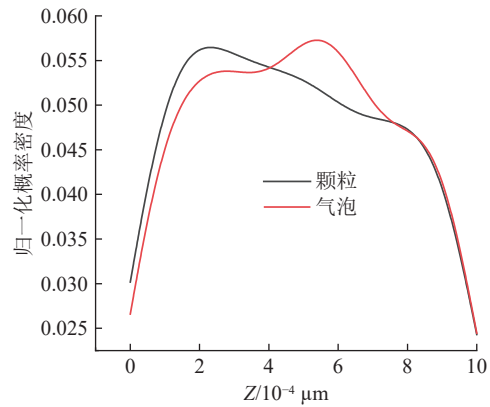


图 5 颗粒/气泡垂直方向空间位置分布

Fig.5 Vertical spatial distribution of particles/bubbles

利用 Q 准则识别的涡结构。 Q 准则是一种识别涡旋的方法, 通过计算速度梯度张量的第二不变量来确定流场中的涡旋区域。当 Q 值为正时, 表明该区域的旋转效应超过了剪切效应, 因此可以识别出涡结构。由图可知, 不同的耗散率条件会影响涡旋的大小、强度和分布。在低耗散率条件下, 涡旋更大且更持久。高耗散率加速了能量从大尺度涡向小尺度涡的转移, 其涡旋更加细小和短暂。图 6b 给出了截面颗粒气泡空间分布。由图可知, 在不同的湍流耗散率条件下, 颗粒和气泡在某些区域出现明显的聚集, 形成局部富集现象。随着湍流耗散率的增加, 小尺度涡数量和强度升高, 颗粒和气泡的分布模式也发生变化, 小尺度涡诱导作用下的局部富集的程度明显增强。

为了系统明晰湍流时空涡结构与颗粒-气泡碰撞特征的多尺度匹配规则, 接下来基于运动学碰撞理论

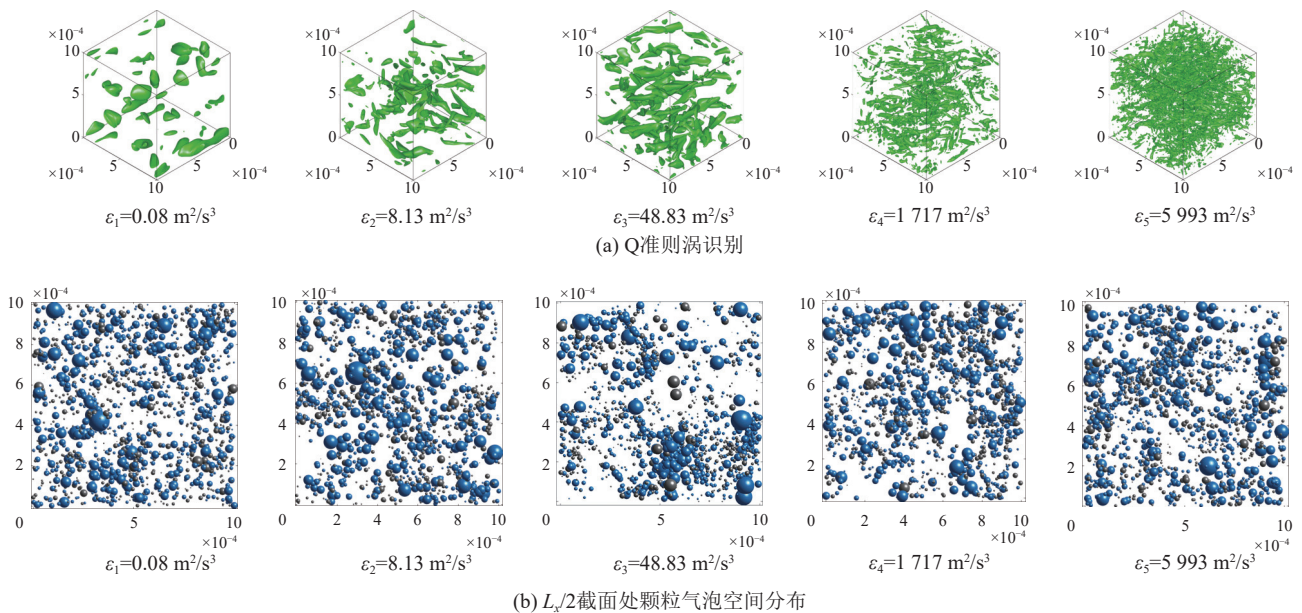


图 6 微尺度涡局部富集作用

Fig.6 Enrichment effect of micro-eddy

定义径向相对速度和分布函数分别量化湍流整体输运与局部富集效应,分析了湍流耗散率对上述颗粒/气泡运动学碰撞特征参数的影响。图 7a 给出了不同湍流耗散率条件下颗粒-颗粒、气泡-气泡和颗粒-气泡之间的径向相对速度。由图可知,3 种组合的径向相对速度随湍流耗散率的增加而增加,但增加的趋势和速率有所不同。在低湍流耗散率条件下,颗粒/气泡受

到的湍流扰动较小,径向相对速度较低。随着耗散率的增加,径向相对速度呈现显著增长,这表明颗粒/气泡间的相互作用和混合效率提高。颗粒间的径向相对速度在各个耗散率条件下都高于气泡的相对速度。这可归因于颗粒比气泡具有较大的惯性,不易随小尺度涡的快速变化而改变运动状态,其径向相对速度较高。

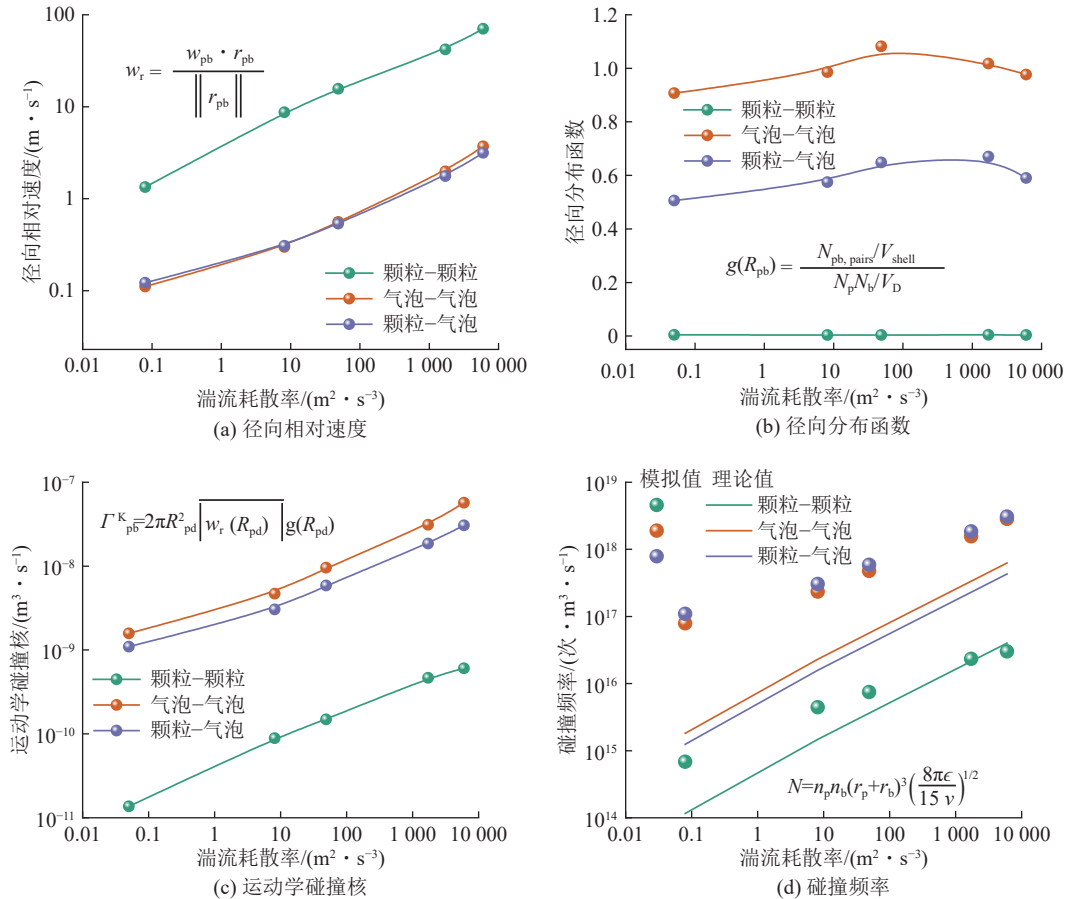


图 7 湍流耗散率对颗粒-气泡运动学碰撞特征参数的影响

Fig. 7 Influence of turbulence dissipation rate on kinematic collision characteristic parameters of particles/bubbles

湍流小尺度涡结构对颗粒-气泡碰撞存在显著影响。图 7b 为湍流耗散率对颗粒-颗粒、气泡-气泡以及颗粒-气泡径向分布函数的影响。由图 7b 可知,颗粒-颗粒间的相互作用较弱,因此函数值较低。气泡的动力学行为与颗粒有所不同。气泡可能由于其较低的惯性更容易被流体流动所携带,且它们的碰撞和聚集不易受湍流耗散率的影响。颗粒与气泡之间的径向分布函数与气泡-气泡间保持一致,这表明颗粒-气泡间碰撞主要收到气泡时空分布的影响。

图 7c 为不同湍流耗散率下颗粒-颗粒、气泡-气泡和颗粒-气泡间的动力学碰撞核。从图中可以看出,运动学碰撞核随着湍流耗散率的增加而增加。这是因为湍流增强了颗粒之间的相互作用和混合,导致颗

粒更频繁地相聚并以更高的相对速度碰撞。同样地,对于气泡-气泡和颗粒-气泡之间的相互作用,也随着湍流耗散率增加而增强,导致了更高的动力学碰撞核。

图 7d 为不同湍流耗散率条件下,颗粒-颗粒、气泡-气泡以及颗粒-气泡碰撞频率的数值模拟结果,以及经典的 Saffman & Turner 模型的预测值。从图中可以看到,随着湍流耗散率的增加,3 种碰撞类型的碰撞频率均呈上升趋势,但是直接数值模拟 (DNS) 的结果与经典 Saffman & Turner 模型的预测之间存在明显的偏差。这一方面是由于多分散效应,即三相系统中颗粒/气泡尺寸分布不均匀性,会影响颗粒的动力学行为,进而影响碰撞频率。另一方面由于惯性作用,即颗粒/

气泡由于其质量而对流场变化的响应, 导致其与适用于单分散低惯性粒子经典模型的预测碰撞频率呈现明显差异。

图 8 为离散度对颗粒-气泡运动学碰撞特征参数的影响。当离散度增加时, 颗粒/气泡群体中存在更宽范围的尺寸差异, 导致颗粒/气泡群对流体流动的响应程度不同。由图 8 可知, 径向相对速度 (黑色线) 随着离散度的增加而升高。这是由于更多的微细颗粒/气泡在流体中的响应速度更快, 径向相对速度升高。径向分布函数 (红色线) 则呈现相反的趋势。当颗粒离散度增加时, 颗粒之间的尺寸差异也引起流场聚集行为发生改变。较大颗粒因其较大的惯性而相互靠近, 而较小颗粒则以较快的速度逸出这些聚集区域。这导致颗粒/气泡在空间上的分布趋向于更加分散, 导致径向分布函数下降。两者相反的变化趋势导致了碰撞核 (蓝色线) 随着离散度的增加先升高然后下降。这表明在设计和分析涉及浮选这类颗粒-气泡相互作用的工程系统时, 必须考虑颗粒/气泡尺寸分布。

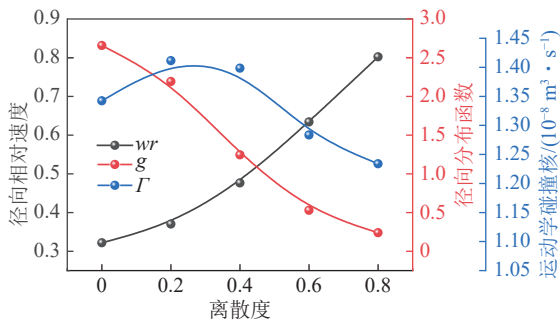


图 8 离散度对颗粒-气泡运动学碰撞特征参数的影响
Fig.8 Influence of dispersion on the kinematic collision characteristic parameters of particles/bubbles

图 9 给出了颗粒平均尺寸对颗粒-气泡碰撞特性参数的影响。径向相对速度 (黑色线) 随着颗粒尺寸的增加而呈现出非单调变化趋势, 这反映了不同尺寸颗粒在湍流中的运动状态的复杂性。一方面, 大尺寸颗粒可能由于其大惯性而不容易跟随流体流动, 其径

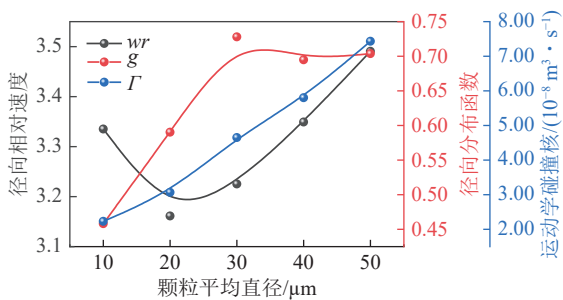


图 9 颗粒平均直径对运动学碰撞特征参数的影响
Fig.9 Influence of particle average diameter on kinematic collision characteristic parameters of particles/bubbles

向相对速度降低; 而较大颗粒由于更加显著的曳力的作用, 导致径向相对速度增加。径向分布函数 (红色线) 随着颗粒尺寸增加而整体上升, 表明更大的颗粒更有可能聚集在气泡附近。这归因于更大的颗粒难以受到湍流结构影响, 导致聚集倾向增强。径向相对速度和分布函数共同主导了碰撞核 (蓝色曲线) 的变化趋势, 其碰撞核随着气泡尺寸的增加而显著增加。

图 10 给出了气泡平均直径对运动学碰撞特征参数的影响。由图可知, 随着气泡尺寸的增加, 径向相对速度 (黑色曲线) 先减小后增加, 临界值为颗粒平均直径 (20 μm)。这是由于较小气泡惯性低, 可更快地调整速度以适应周围流场的变化。当气泡尺寸接近颗粒平均直径时, 气泡惯性开始与曳力等效效应相竞争。当气泡尺寸超过颗粒平均直径, 气泡难以快速适应周围湍流场的变化, 动态响应变慢, 导致了气泡与颗粒之间的相对速度减小。而径向分布函数 (红色曲线) 首先随着气泡尺寸的增加而先上升后降低。这意味着当气泡尺寸较小的时候, 颗粒倾向于在气泡周围聚集, 但随着气泡尺寸变大, 超过临界值后趋势逆转, 颗粒难以聚集在其附近。径向相对速度和分布函数共同主导了碰撞核 (蓝色曲线) 的变化趋势, 其碰撞核随着气泡尺寸的增加而显著增加。这表明, 气泡尺寸与颗粒直径的匹配关系是理解和优化浮选的关键因素。

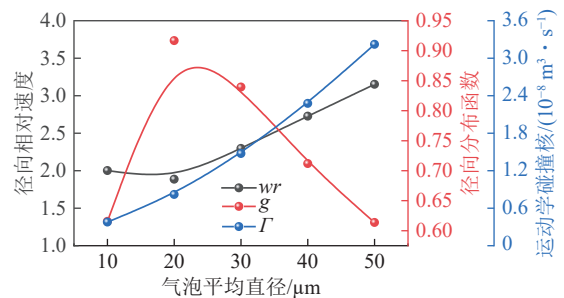


图 10 气泡平均直径对运动学碰撞特征参数的影响
Fig.10 Influence of bubble average diameter on the kinematic collision characteristic parameters of particles/bubbles

3 结 论

1) 多分散效应和惯性作用导致多分散点粒子直接数值模拟结果与经典 Saffman & Turner 模型预测值存在差异, 说明了实施多分散颗粒气泡体系湍流特征与理想碰撞频率的高保真预测的必要性。

2) 大涡输运和微涡富集效应存在竞争协调机制。随着湍流耗散率的增加, 小尺度涡数量和强度升高, 其诱导作用下的局部富集程度明显增强, 而颗粒与气泡之间的径向分布函数与气泡-气泡间保持一致, 说

明颗粒-气泡间碰撞主要受到气泡时空分布的影响。提高湍流耗散率是提高多分散颗粒和气泡碰撞频率的有效途径。

3)多分散颗粒/气泡群呈现一定范围的尺寸差异,导致颗粒/气泡群对流体流动响应程度不同。随着离散度的增加,大涡输运效应增强,而局部富集效应被削弱,因此存在最佳离散度可实现较高的多分散粒度的颗粒-气泡群的碰撞频率。微细颗粒和气泡直径的匹配关系是理解和优化浮选的关键因素。

参考文献(References):

- [1] 王安建,袁小晶. 大国竞争背景下的中国战略性关键矿产资源安全思考[J]. 中国科学院院刊, 2022, 37(11): 1550-1559.
WANG Anjian, YUAN Xiaojing. Security of China's strategic and critical minerals under background of great power competition[J]. Bulletin of Chinese Academy of Sciences, 2022, 37(11): 1550-1559.
- [2] 闫小康,苏子旭,王利军,等. 基于湍流涡调控的煤气化渣灰-灰浮选分离过程强化[J]. 煤炭学报, 2022, 47(3): 1318-1328.
YAN Xiaokang, SU Zixu, WANG Lijun, et al. Process intensification on flotation separation of carbon and ash from coal gasification slag using turbulent eddy regulation[J]. Journal of China Coal Society, 2022, 47(3): 1318-1328.
- [3] 陈有轩,张志军. 基于离散元法的颗粒-气泡间相互作用行为模拟研究[J]. 煤炭学报, 2023, 48(3): 1403-1412.
CHEN Youxuan, ZHANG Zhijun. Simulation of particle-bubble interaction behavior based on discrete element method[J]. Journal of China Coal Society, 2023, 48(3): 1403-1412.
- [4] JE J, LEE D, KWON J, et al. Simulation of bubble-particle collision process and estimation of collision probability using a coupled smoothed particle hydrodynamics-discrete element method model[J]. *Minerals Engineering*, 2022, 176: 107309.
- [5] 桂夏辉,邢耀文,曹亦俊,等. 低品质煤泥浮选过程强化研究进展及其思考[J]. 煤炭学报, 2021, 46(9): 2715-2732.
GUI Xiahui, XING Yaowen, CAO Yijun, et al. Recent advances and thinking in process intensification of low quality coal slime flotation[J]. Journal of China Coal Society, 2021, 46(9): 2715-2732.
- [6] DAI Z F, FORNASIERO D, RALSTON J. Particle-bubble collision models: A review[J]. *Advances in Colloid and Interface Science*, 2000, 85(2-3): 231-256.
- [7] WANG D W, LIU Q. Hydrodynamics of froth flotation and its effects on fine and ultrafine mineral particle flotation: A literature review[J]. *Minerals Engineering*, 2021, 173: 107220.
- [8] HASSANZADEH A, FIROUZI M, ALBIJANIC B, et al. A review on determination of particle-bubble encounter using analytical, experimental and numerical methods[J]. *Minerals Engineering*, 2018, 122: 296-311.
- [9] 陆夕云,林建忠. 能否发展关于湍流动力学和颗粒材料运动学的综合理论?[J]. *科学通报*, 2017, 62(11): 1115-1118.
LU Xiyun, LIN Jianzhong. Can we develop a general theory of the dynamics of turbulent flows and the motion of granular materials?[J]. *Chinese Science Bulletin*, 2017, 62(11): 1115-1118.
- [10] KOSTOGLU M, KARAPANTSIOS T D, OIKONOMIDOU O. A critical review on turbulent collision frequency/efficiency models in flotation: Unravelling the path from general coagulation to flotation[J]. *Advances in Colloid and Interface Science*, 2020, 279: 102158.
- [11] NGUYEN A V, AN-VO D A, TRAN-CONG T, et al. A review of stochastic description of the turbulence effect on bubble-particle interactions in flotation[J]. *International Journal of Mineral Processing*, 2016, 156: 75-86.
- [12] ZHOU Y, WEXLER A S, WANG L P. On the collision rate of small particles in isotropic turbulence. II. Finite inertia case[J]. *Physics of Fluids*, 1998, 10(5): 1206-1216.
- [13] SAFFMAN P G, TURNER J S. On the collision of drops in turbulent clouds[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1956, 1: 16-30.
- [14] ABRAHAMSON J. Collision rates of small particles in a vigorously turbulent fluid[J]. *Chemical Engineering Science*, 1975, 30(11): 1371-1379.
- [15] WILLIAMS J J E, CRANE R I. Particle collision rate in turbulent flow[J]. *International Journal of Multiphase Flow*, 1983, 9(4): 421-435.
- [16] KRUIS F E, KUSTERS K A. The collision rate of particles in turbulent flow[J]. *Chemical Engineering Communications*, 1997, 158(1): 201-230.
- [17] 李晓恒. 微细矿物颗粒湍流运动与浮选过程机理[D]. 徐州: 中国矿业大学, 2023.
LI Xiaoheng. Turbulent motion of fine mineral particles and mechanism of flotation process[D]. Xuzhou: China University of Mining and Technology, 2023.
- [18] ESMAILY-MOGHADAM M, MANI A L. Analysis of the clustering of inertial particles in turbulent flows[J]. *Physical Review Fluids*, 2016, 1(8): 084202.
- [19] MEYER C J, DEGLON D A. Particle collision modeling-A review[J]. *Minerals Engineering*, 2011, 24(8): 719-730.
- [20] WANG L-P, WEXLER A S, ZHOU Y. Statistical mechanical description and modelling of turbulent collision of inertial particles[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2000, 415: 117-153.
- [21] FAYED H E, RAGAB S A. Direct numerical simulation of particles-bubbles collisions kernel in homogeneous isotropic turbulence[J]. *The Journal of Computational Multiphase Flows*, 2013, 5(3): 167-188.
- [22] CHEN S Y, CHEN X H, WAN D D, et al. A lattice Boltzmann study of the collisions in a particle-bubble system under turbulent flows[J]. *Powder Technology*, 2020, 361: 759-768.
- [23] CHEN S Y, CHEN X H, WAN D D, et al. Particle-resolved direct numerical simulation of collisions of bidisperse inertial particles in a homogeneous isotropic turbulence[J]. *Powder Technology*, 2020, 376: 72-79.
- [24] 张世杰,刘文礼,赵树凯,等. 浮选气泡粒度分布规律[J]. 煤炭学报, 2015, 40(2): 445-449.

- ZHANG Shijie, LIU Wenli, ZHAO Shukai, et al. Bubble size distribution rules in flotation cell[J]. *Journal of China Coal Society*, 2015, 40(2): 445-449.
- [25] 范兴华, 谭大鹏, 李霖, 等. 气-液-固三相流混合建模与求解方法[J]. *物理学报*, 2021, 70(12): 261-271.
- FAN Xinghua, TAN Dapeng, LI Lin, et al. Modeling and solution method of gas-liquid-solid three-phase flow mixing[J]. *Acta Physica Sinica*, 2021, 70(12): 261-271.
- [26] GUO Z L, SHU C. *Lattice Boltzmann method and its applications in engineering*[M]. Singapore: World Scientific Pub. Co., 2013.
- [27] QIAN Y H, D'HUMIÈRES D, LALLEMAND P. Lattice BGK models for navier-stokes equation[J]. *Europhysics Letters (EPL)*, 1992, 17(6): 479-484.
- [28] WHITE A T, CHONG C K. Rotational invariance in the three-dimensional lattice Boltzmann method is dependent on the choice of lattice[J]. *Journal of Computational Physics*, 2011, 230(16): 6367-6378.
- [29] ESWARAN V, POPE S B. An examination of forcing in direct numerical simulations of turbulence[J]. *Computers & Fluids*, 1988, 16(3): 257-278.
- [30] MAXEY M R, RILEY J J. Equation of motion for a small rigid sphere in a nonuniform flow[J]. *Physics of Fluids*, 1983, 26(4): 883-889.