

# 基于自耦 PID 的磁电混合悬浮带式输送机支承系统交叉耦合协同控制

胡 坤<sup>1,2</sup>, 蒋 浩<sup>1,2</sup>, 陈 卓<sup>1</sup>, 牛 杰<sup>1</sup>, 许 刚<sup>1</sup>

(1. 安徽理工大学 机电工程学院, 安徽 淮南 232001; 2. 深部煤矿采动响应与灾害防控国家重点实验室, 安徽 淮南 232001)

**摘 要:**磁电混合悬浮带式输送机是一种新型低阻力、低能耗连续运输设备,其支承系统受输送带及其与悬浮系统连接产生的动力学特性影响,悬浮支承同步往往存在未知建模误差、耦合干扰等问题,导致系统的稳定性难以保证。通过改进磁路法建立悬浮支承系统电磁模型,以悬链线等效及截面稳定假设等依据构建支承系统动力学方程,基于自耦 PID 控制技术,结合交叉耦合策略实现悬浮协同。首先,考虑磁电混合悬浮系统气隙磁场分布及其磁路差异,通过改进磁路公式描述系统中电磁力变化,综合机电关系获得混合悬浮系统电磁控制方程;根据输送带—混合悬浮系统结构,整机输送带等效为若干支承点作用下的悬链线,假设物料稳定充满输送带内并形成稳定截面,对输送机支承系统进行简化,构建一种由刚体与弦组合等效的支承系统动力学模型。然后,基于动力学模型耦合问题及支承系统协同运行工况条件得出协同控制设计要求,提出一种基于自耦 PID 控制的交叉耦合协同控制策略,分别对系统跟踪控制和协同控制设计了自适应速度因子,并证明了协同控制方法的稳定性。仿真过程中采用 30 mm 作为设定气隙值,并模拟了在侧向与横向及其不同干扰条件下的系统响应。仿真结果表明,支承系统能够在设定时间内实现稳定悬浮,且在控制输出和气隙输入受到干扰时,协同误差的最大波动值分别为 0.000 5 mm 和 1 mm。实验研究通过悬浮实验装置,验证了在静态悬浮和气隙及物料加载干扰下系统的动态性能,结果显示在对应条件下,气隙波动和协同误差的最大值均为 1 mm。仿真与实验结果验证了该方法的控制性能和稳定性,在实际整机大载荷物料的气隙波动干扰下,具有协同稳定的可行性。

**关键词:**带式输送机;无托辊;磁电混合悬浮;自耦 PID;自适应速度因子;交叉耦合  
**中图分类号:** TH22 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-9993(2025)02-1399-16

## Research on coordinated control of support system of magnetoelectric hybrid suspension belt conveyor

HU Kun<sup>1,2</sup>, JIANG Hao<sup>1,2</sup>, CHEN Zhuo<sup>1</sup>, NIU Jie<sup>1</sup>, XU Gang<sup>1</sup>

(1. School of Mechatronics Engineering, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001, China; 2. State Key Laboratory of Mining Response and Disaster Prevention and Control in Deep Coal Mine, Anhui University of Science and Technology, Huainan 232001, China)

**Abstract:** A magnetoelectric hybrid suspension belt conveyor is introduced as a novel type of continuous transportation equipment characterized by low resistance and low energy consumption. The support system is significantly impacted by the dynamics of the conveyor belt and its connection to the suspension system, where challenges such as unknown model-

收稿日期: 2024-09-30 策划编辑: 郭晓炜 责任编辑: 李雅楠 DOI: 10.13225/j.cnki.jccs.2024.0236

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(52274153);安徽省高校学科拔尖人才学术资助项目(gxjzD2022015);安徽理工大学环境友好材料与职业健康研究院研发专项基金资助项目(ALW2021YF10)

作者简介: 胡 坤(1981—),男,安徽淮南人,教授,博士生导师,博士。E-mail: hk924@126.com

引用格式: 胡坤,蒋浩,陈卓,等.基于自耦 PID 的磁电混合悬浮带式输送机支承系统交叉耦合协同控制[J].煤炭学报,2025,50(2):1399-1414.

HU Kun, JIANG Hao, CHEN Zhuo, et al. Research on coordinated control of support system of magnetoelectric hybrid suspension belt conveyor[J]. Journal of China Coal Society, 2025, 50(2): 1399-1414.



移动阅读

ing errors and coupling disturbances are often encountered, complicating the assurance of system stability. An improved magnetic circuit approach is utilized to establish the electromagnetic model of the suspension support system. Based on the assumptions of a catenary equivalent and section stability, the dynamics equations of the support system are constructed. The system incorporates self-coupling PID control technology and a cross-coupling strategy to achieve coordinated suspension. Initially, considering the distribution of the air gap magnetic field in the magnetolectric hybrid suspension system and the differences in magnetic circuits, the electromagnetic force variations within the system are described using an improved magnetic circuit formula. This description, integrated with electromechanical relationships, forms the control equation for the electromagnetic forces in the hybrid suspension system. The entire conveyor belt is modeled under the influence of several support points, with assumptions that the material is stable and forms a consistent section across the belt. This simplification leads to a dynamics model of the support system that effectively combines rigid bodies with strings. Subsequently, based on the coupled issues of the dynamics model and the operational conditions for system synchronization, a control strategy for cross-coupled coordination based on self-coupling PID control is proposed. This strategy includes adaptive speed factors for system tracking and coordination control, with proven stability of the coordination control method. The system's response under lateral, longitudinal, and various disturbance conditions is modeled in simulation studies using a set air gap of 30 mm. The system's dynamic performance under static suspension and disturbances from air gaps and material loading is validated by experimental research using a suspension experimental rig. The experimental results demonstrate maximum air gap fluctuations and coordination errors of 1 mm under the respective conditions. The control performance and stability of the method are affirmed by both simulation and experimental outcomes, showcasing the feasibility for stable coordination under significant material load disturbances in practical applications.

**Key words:** Belt conveyor; No-roller supporting; Magnetic-electric hybrid suspension; Self-coupling PID; Adaptive speed factor; Cross coupling

带式输送机是目前世界上使用范围最广、最为重要的散状物料连续运输设备之一,被广泛应用于煤炭、电力、物流、建材等国民经济各个行业,特别是在煤炭行业,带式输送机早已成为高产高效煤炭开采机电一体化的关键装备<sup>[1]</sup>。但是,传统以托辊为支承方式的普通带式输送机,托辊相关的能量消耗几乎达到整个输送机系统总能耗的 70%<sup>[2-4]</sup>。目前,研究人员主要从两方面入手来探求如何降低这种能耗:首先,改进托辊轴承润滑方式,优化托辊布置形式。提出改进托辊制造装配工艺、优化托辊数量、调节托辊间距、更换托辊轴承的润滑方式以及加强轴承润滑等措施<sup>[5]</sup>。其次、舍弃托辊,采用无托辊式的输送带支撑方式。输送机主要阻力来源于托辊旋转,去除托辊可以从根源上克服摩擦,因此无托辊悬浮式带式输送机也逐渐成为带式输送机低运行阻力研究和绿色矿山节能减排技术装备<sup>[6-7]</sup>的重要突破方向。目前,无托辊式低运行阻力带式输送机主要包括气垫带式输送机<sup>[8]</sup>、水垫带式输送机<sup>[9]</sup>以及磁垫带式输送机<sup>[10]</sup>3 种。

本课题组提出一种新型磁垫带式输送机—磁电混合悬浮带式输送机,即采用磁电混合悬浮系统代替原有的托辊系统,悬浮系统中存在若干浮子,均匀分散连接于输送带两侧边,浮子受到的磁场力和输送带载荷的平衡作用实现整体支承悬浮。一般的,从传统

带式输送机侧向角度来看,3 个托辊呈 V 型排布组成 1 个托辊组,托辊与输送带刚性接触,若干托辊组对输送带整体实现支承。而在磁电混合悬浮系统中,输送带浮子与输送带固连,因而输送带及其携带物料是在两端浮子受到的非接触式磁悬浮作用下实现了支承,可视为 2 个浮子及其电磁结构代替 1 个托辊组对输送带支承,因此单个浮子的悬浮稳定与支承组内双浮子的动作协同对整机运行稳定具有重要意义。但是,浮子和输送带作为悬浮控制的被控对象,由于输送带具有的柔体动力学特性,悬浮稳定及协同控制必然要考虑输送带产生的系统建模复杂和耦合干扰等问题。

针对悬浮系统中存在的上述问题,常见的磁悬浮控制算法有反馈控制<sup>[11]</sup>、干扰观测器<sup>[12]</sup>、自适应控制<sup>[13]</sup>、神经网络控制<sup>[14]</sup>、自耦 PID 算法<sup>[15]</sup>等。其中,自耦 PID 算法是由我国曾喆昭教授提出,不同于其他基于经典控制理论与现代控制理论的是,该算法结构相对简单,具有良好的抗扰动鲁棒性,在未知非线性系统<sup>[16]</sup>、非仿射<sup>[17]</sup>、非匹配非线性系统<sup>[18]</sup>中均得到有效性验证,具有较大的应用潜力。同时,速度因子是自耦 PID 控制算法的主要参数,不同的控制对象与响应表现对速度因子的参数变化规律具有一定的要求。因此对应控制算法还需要基于控制要求设计合理的

自适应速度因子变化规律。

为了解决磁悬浮耦合系统的浮子协同问题, 针对耦合干扰及建模复杂等情况, 协同控制策略根据系统耦合处理方式可分为交叉耦合式和解耦式。解耦式就是基于对耦合系统输入输出关系的解析, 建立解耦关系模型, 对应设计控制算法实现输出的协同, 如宋春生等<sup>[19]</sup>采用模态截断法, 通过状态反馈解耦, 设计基于内模控制的磁悬浮柔性转子解耦控制策略; 竺志大等<sup>[20]</sup>针对磁悬浮轴承非线性、高维特性以及负载不确定性和大范围变化的磁悬浮支承, 针对非线性化模型使用伪线性化解耦模型进而设计协同控制方法。交叉耦合式是指对耦合多输出进行交互处理, 任一端口输出控制是由当前端口控制算法输出和两端口输出的误差的耦合处理组成。如杨东旭等<sup>[21]</sup>针对双轮毂电机提出速度环补偿 PID 交叉耦合同步控制和电流环补偿 PID 交叉耦合同步控制策略, 提升了电机转速同步精度和响应速度; 徐俊起等<sup>[11]</sup>以低速磁浮车辆为研究对象, 设计了非线性时变扰动下多点悬浮的交叉耦合反馈控制。孙友刚等<sup>[12]</sup>基于交叉耦合策略, 利用干扰观测器补偿未知扰动结合滑模控制对磁悬浮列车多电磁铁实现协同控制。可以看出, 解耦式协同控制和交叉耦合式协同控制均具有优越的控制表现, 但是, 解耦控制的使用决定着解耦模型精确度对控制效果具有直接影响。因此, 考虑到输送带对建模的复杂度影响, 笔者选择交叉耦合式协同控制策略进行研究。

综上所述, 笔者对磁电混合悬浮带式输送机的混合悬浮支承系统采用基于交叉耦合的协同控制策略, 首先, 基于改进气隙磁阻的磁路法建立磁电混合悬浮系统电磁模型; 根据悬链线及截面稳定等效模型假设, 建立输送带悬浮支承系统动力学模型; 其次, 提出一种基于自耦 PID 的交叉耦合控制方法实现支承系统协同控制, 搭建仿真模型对控制算法有效性和可行性进行验证; 最后, 通过搭建悬浮实验装置验证控制效果。

## 1 悬浮支承系统电磁模型

### 1.1 支承系统设计

可控磁电混合悬浮带式输送机是一种新型的绿色低碳低阻力带式输送机, 以下简称为磁电混合悬浮带式输送机。磁电混合悬浮带式输送机结构如图 1 所示。混合悬浮带式输送机主要以磁电混合悬浮技术和带式输送机设计理论为基础, 采用磁悬浮技术实现无托辊式支承。支承系统的技术实体为永磁体-电磁铁-导磁体组成的磁电混合悬浮系统, 导磁体是悬浮浮子, 具有连接输送带、承受磁吸力等作用。物料重力与输

送带的张力相互作用使输送带两端拉力方向可呈现竖直方向, 综合作用下输送带在运行方向的横截面形状类似 U 型。

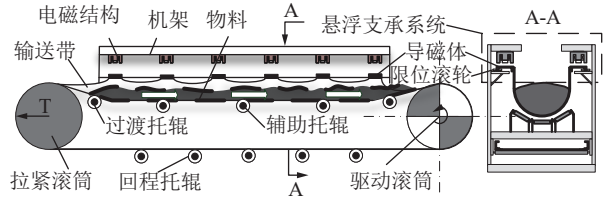


图 1 输送机整机示意

Fig.1 Schematic diagram of the whole conveyor

针对磁电混合悬浮系统, 考虑悬浮稳定等因素, 笔者提出如图 2 所示具体结构。系统整体包括电磁铁、固定永磁体、悬浮浮子, 固定永磁体与电磁铁称为磁电混合悬浮系统的电磁结构。其中悬浮浮子与输送带固连, 对于连接机构暂不考虑具体细节。从外部结构来看, U 型输送带边缘成“T”型, 一旦失稳, 可以保证输送带不会立刻掉落。同时, “T”型边缘内可以放置悬浮浮子, 为其提供足够的空间。悬浮浮子由一大一小圆柱永磁体组成梯台型。通过有限元软件 Ansys Maxwell 对磁电混合悬浮系统磁通分布进行分析, 如图 3 所示。

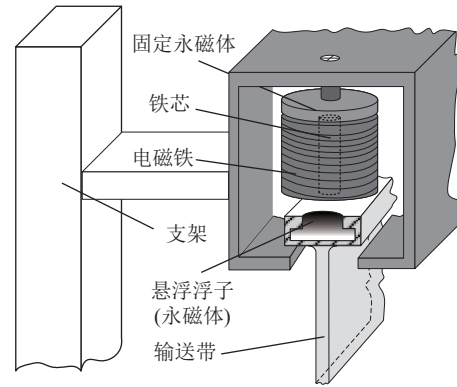


图 2 磁电混合悬浮系统示意

Fig.2 Schematic diagram of magnetoelectric hybrid suspension system

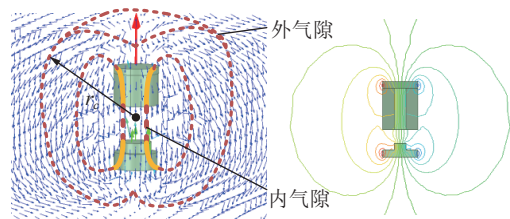


图 3 系统磁通三维(左)及二维(右)分布

Fig.3 Three-dimensional (left) and two-dimensional (right) distribution of system fluxes

如图 4 所示, 红蓝部分的永磁体产生永磁磁通。永磁磁通经过固定永磁体、铁芯、气隙、浮子形成永

磁回路。电磁线圈包裹铁芯构成电磁铁,通电后电磁铁产生电磁磁通,磁路总磁通为永磁磁通和电磁磁通的叠加。

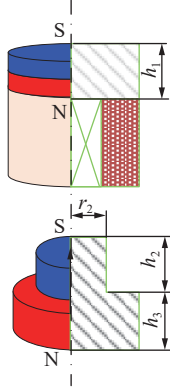


图 4 悬浮原理示意

Fig.4 Schematic diagram of suspension principle

磁电混合悬浮系统的工作原理如下:控制线圈绕制在铁芯上,与永磁部分串联连接,产生方向一致的控制磁通。为了实现悬浮,下方悬浮浮子的磁通方向应与控制磁通一致。当浮子偏离平衡位置向下运动时,会在悬浮气隙中引起磁通变化。此时,主动的闭环悬浮系统会在电磁线圈上产生控制磁通,与气隙中的永磁磁通叠加。这会增加浮子上方气隙中的总磁通,减少下方气隙中的总磁通,从而产生一个向上的吸力,将浮子拉回平衡位置。同理,浮子受到向上的外扰动,基于上述原理同样能使浮子回复到平衡位置。此外,类似于混合磁悬浮轴承<sup>[22]</sup>,当浮子位于径向中心位置时,气隙处的磁通与轴向平行,仅产生轴向力。但当浮子沿径向某一方向偏移中心位置时,气隙处磁通与轴向有一定夹角,浮子所受磁力除了轴向力,还有径向分力,方向与径向位移方向相反,指向轴心,磁力的径向分力将使浮子回到径向平衡位置,从而保持浮子一定程度上的径向悬浮。

## 1.2 改进磁路公式

综合图 3 电磁结构的三维磁通密度分布(图左)和平面磁力线分布(图右)情况,可以看出,系统磁路主要由永磁体、气隙、铁芯磁路、部分漏磁磁路组成。忽略良导磁体磁阻及部分漏磁,得出混合悬浮系统磁路示意图如图 5 所示。

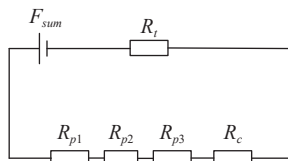


图 5 磁路示意

Fig.5 Schematic diagram of magnetic circuit

整体主磁阻包括固定永磁体磁阻  $R_{p1}$ 、悬浮浮子永磁体磁阻  $R_{p2}$  和  $R_{p3}$ ,气隙磁阻  $R_c$ ,铁芯磁阻  $R_t$ 。混合电磁力为

$$F = \frac{B_s^2 A_w}{\mu_0} \quad (1)$$

式中:  $B_s$  表示工作气隙处的磁感应强度,  $\mu_0$  表示真空磁导率,  $A_w$  表示有效工作面积。

$$B_s = \frac{\phi}{A_w} \quad (2)$$

$$\phi R_a = Ni + H_c (h_1 + h_2 + h_3) \quad (3)$$

其中,  $\phi$  表示主磁通,  $N$  和  $i$  分别表示电磁铁的线圈匝数和通电电流。另外,存在总磁阻  $R_a$  为

$$R_a = R_{p1} + R_{p2} + R_{p3} + R_c + R_t \quad (4)$$

为方便计算,忽略铁芯及永磁体边缘漏磁,假设铁芯为良导体材料,磁动势均匀分布于磁路。磁路磁导通常由磁通三维拓扑空间形状决定。由图 4 可知,气隙磁路包括内外磁路两部分,内气隙磁路磁通空间形状类似圆柱型,外气隙磁路磁通空间形状类似“苹果”型。虽然内外气隙磁路磁通形状并不相同,但是相关的磁力计算一般通过圆柱型气隙磁路磁导公式进行等效计算。为了提高磁力建模的准确性,笔者参考磁路设计资料<sup>[23]</sup>,鉴于 2 个圆柱面的内、外气隙磁路情况与矩形面及圆柱面侧面形成磁路情况类似,因此,此处通过对应矩形面及圆柱面侧面磁路磁阻进行计算,最终磁阻公式为

$$\begin{cases} R_c = \frac{y}{\mu_0 \left( 2r_2 + 0.307 \frac{y}{\pi} \right)^2} + \frac{1}{2\mu_0 \ln \left( 1 + \frac{2r_c}{y} \right)} \\ R_{p1} + R_{p2} + R_{p3} = R_h \\ h_1 + h_2 + h_3 = h_a \\ R_{p1} = \frac{h_1}{\mu_0 \mu_r A_1}; R_{p2} = \frac{h_2}{\mu_0 \mu_r A_2}; R_{p3} = \frac{h_3}{\mu_0 \mu_r A_3} \end{cases} \quad (5)$$

式中,  $r_2$  表示浮子圆柱体的截面半径,  $r_c$  表示“苹果”型磁路外轮廓最大半径,可通过有限元仿真结果确定,通过漏磁系数  $\sigma$  对永磁体及其漏磁进行等效选取。  $h_1$  和  $A_1$  表示固定永磁体的厚度,  $h_2$ 、 $A_2$  和  $h_3$ 、 $A_3$  表示分别表示悬浮浮子上、下永磁体的厚度及面积。从而得出最终电磁结构悬浮力  $F_e$  为

$$F_e = \frac{1}{\mu_0 A_w} \frac{(Ni + H_c h_a)^2}{(R_c + \sigma R_h)^2} \quad (6)$$

## 1.3 电磁控制方程

在电磁控制回路中,一般对电磁铁中线圈两端采用电压调控。为了获得以电压作为输入的悬浮控制

方程,笔者基于机电能量转化理论<sup>[24]</sup>对悬浮系统进行分析。即磁悬浮系统作为一种具有耦合且储存能量的磁场、电系统,通过磁路耦合场变化实现机电能量转化。在电压端输入情况下,线圈电压  $U_c$  与气隙  $y$ , 电流  $i$  之间的关系通过下式进行描述:

$$U_c = R_x i + L_a \frac{di}{dt} + i \frac{\partial L_a}{\partial y} \frac{dy}{dt} \quad (7)$$

式中,  $R_x$  为电磁铁线圈电阻,  $L_a$  表示电磁铁产生的电感,大小由式 (8) 给出。

$$L_a = N^2 G_a \quad (8)$$

式中,  $G_a$  表示磁路总磁导,大小为总磁阻  $R_a$  的倒数。对于悬浮浮子来说,忽略水平干扰情况,基于动力学方程可得

$$F_c - m_h g - F_b = m_h \ddot{y} \quad (9)$$

式中,  $F_b$  为输送带产生的干扰,  $m_h$  表示浮子质量,  $g$  表示重力加速度。将悬浮力在平衡点处进行线性化处理,得出:

$$F_c = \frac{\partial F_c}{\partial I} i + \frac{\partial F_c}{\partial y} y \quad (10)$$

综合上式,可得最终悬浮控制方程为

$$\begin{cases} F_c = \frac{\partial F_c}{\partial I} i + \frac{\partial F_c}{\partial y} y \\ U_c = R_x i + L_a \frac{di}{dt} + i \frac{\partial L_a}{\partial y} \frac{dy}{dt} \\ F_c - m_h g - F_b = m_h \ddot{y} \end{cases} \quad (11)$$

## 2 弦-刚体组合等效的动力学模型

### 2.1 悬链线等效及截面稳定假设

由图 1 可知,在磁电混合悬浮带式输送机中,输送机由若干浮子连接输送带,基于对浮子的悬浮力作用,混合悬浮系统完成对输送带的整体支承。由于输送带在横向、纵向和侧向的动力学特性较为复杂,且单个浮子在悬浮过程中会受到输送带的耦合干扰,因此在设计支承系统时,需要考虑多个浮子的气隙协同控制以及大变形输送带的动力学特性。为了实现悬浮系统的稳定性,通常需要基于一定的假设对支承系统和输送带模型进行简化,进而建立系统动力学模型。

假设 I: 输送带同一横截面内由两个浮子连接输送带,两个浮子及其电磁结构称为支承系统的支承组,对应传统输送机中一个托辊组。输送带横向方向上,在两侧滚筒张紧作用下,通过悬链线形态进行描述,如图 6 所示。

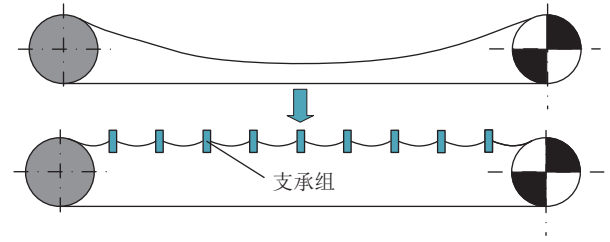


图 6 输送带简化模型

Fig.6 Simplified model of conveyor belt

设输送带在宏观视角下,同时满足悬链线假设条件,如图 6 所示,将多个支承组对输送带的支承情况等效为多个集中载荷作用下的悬链线<sup>[25]</sup>。故集中载荷下的悬链线(输送带)存在以下特点:

①整机角度下,任一支承组作用下分割后的两段输送带形状仍然满足悬链线假设(图 6);

②支承组竖直方向所需悬浮支撑力大小,与支承点分割前后的悬链线形状参数有关。

结合上述特点,假定输送带运行过程中支承组之间的输送带形状不发生显著变化,在固定的平衡支撑位置,对支承组所在位置分析时,输送带竖直方向的张力可视为常值,浮子受到的张力大小可转化为等效质量作用。

假设 II: 物料加载于输送带后,2 个支承组之间的物料在运行中均匀充实分布,截面图形为一固定形状。

假设 III: 支承组之间的协同由输送机外部标定结构及误差测量控制系统完成,所以,输送机运行方向前后支承组之间协同视作理想默认条件考虑。

综合上节悬链线假设结论,可将固定等效质量转化为物料及输送带截面图形所有。同时,支承组之间的协同不需要考虑。所以,对于输送带支承系统来说,研究若干浮子的系统动力学问题可以转化为研究支承点处两点浮子及具有固定等效质量的截面的动力学行为问题。立体视角下的多浮子及物料的动力学方程可由多个支承点处具有一定质量截面的二维动力学模型简单组合,而对一定质量的截面动力学行为控制及其分析可以应用于支承系统,并代表支承系统的动力学研究内容。

### 2.2 支承系统动力学方程

基于相关假设,支承系统的协同控制问题可转化为支承组中输送带截面及双浮子的协同控制,且将输送带截面等效为两端固连的弦和刚体组合。刚体载荷与假设 I 中等效质量相同,如图 7 所示。

其中,考虑输送带与悬浮浮子为一体,刚体重力大小与电磁结构作用力点所需静态支撑力大小相同,

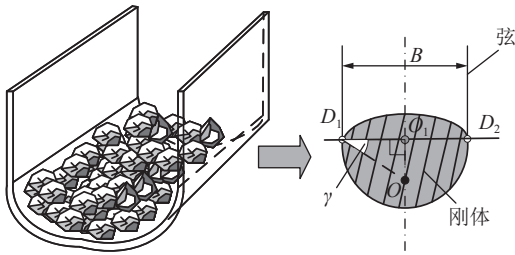


图 7 输送带截面等效示意

Fig.7 Schematic diagram of conveyor belt cross-section equivalent

O 点为刚体等效质心位置, 端点  $D_1$  与质心连接线与水平夹角为  $\gamma$ 。刚体整体截面处于水平状态时,  $O_1$  表示过质心垂直于两端点连线  $D_1D_2$  的垂足, 相关线段存在关系为  $O_1D_1 = \psi D_1D_2 = \psi B$ ,  $\psi$  表示线段对应的等效系数, 一般由截面质心几何关系决定, 此处选择  $\psi = 0.5$ , 即截面质心处在截面对称轴位置,  $B$  表示截面两端点距离即  $D_1D_2$ , 以下称为输送带带宽。

对等效模型运动及受力分析如图 9 所示。以刚体为研究对象, 由于输送机对输送带截面结构限制, 可不考虑弦顶端的小水平位移与作用力, 刚体所受合力为弦在两端的拉力与刚体本身的重力, 整体受力为竖直方向。刚体在运动过程表现为竖直方向的平面运动, 由对应质心平移和绕质心的小角度旋转位移组合得到, 不考虑小角度位移带来的水平位移影响,  $D_1$  点和  $D_2$  点对应的  $y_1^f$  和  $y_2^f$  表示的竖直位移, 便由  $y_o^f$  表示的等效刚体质心位移 (上下平移) 及刚体绕质心旋转角度  $\theta$  在两端点产生的位移 (上下位移) 叠加。  $\Delta y_1$  和  $\Delta y_2$  表示为两悬浮体的位移变化,  $F_e^1$  和  $F_e^2$  分别表示两浮子对应悬浮力大小,  $F_T^1$  和  $F_T^2$  表示牵连输送带的拉力。  $F_f^1$  和  $F_f^2$  表示等效刚体在端点处受到的等效作用力。

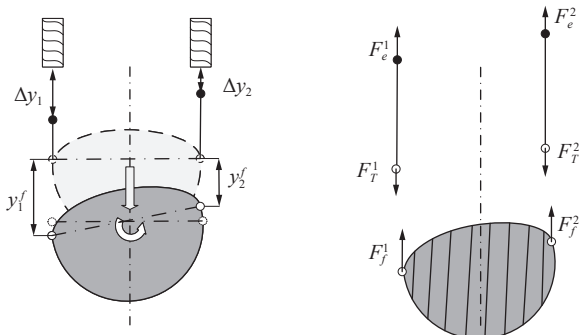


图 9 运动及受力分析

Fig.9 Motion and force analysis

考虑刚体整体呈小角度偏转, 角度  $\theta$  由  $\tan\theta$  给出, 且  $\theta \approx \tan\theta = \frac{y_2^f - y_1^f}{B \cos \gamma}$ 。

基于基点法分析刚体质点和一端点的加速度关系得出:

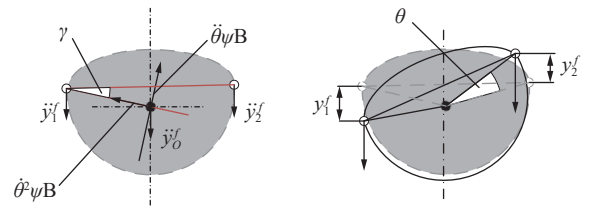


图 8 加速度分析

Fig.8 Acceleration analysis

$$\begin{cases} \ddot{y}_2^f = \ddot{y}_1^f + \ddot{\theta}^2 B + \ddot{\theta} B \\ \ddot{y}_o^f = \ddot{y}_1^f + \ddot{\theta}^2 \psi \frac{B}{\cos \gamma} \sin \gamma + \ddot{\theta} \psi \frac{B}{\cos \gamma} \cos \gamma \end{cases} \quad (12)$$

另外, 从图 9 受力分析中可得在两端点到刚体两端存在线变形情况:

$$\begin{aligned} \Delta y_1 &= \xi_1 + y_1^f \\ \Delta y_2 &= \xi_2 + y_2^f \end{aligned} \quad (13)$$

其中,  $\xi_1$  和  $\xi_2$  分别表示两端点对应弦的拉伸量。对刚体在重力方向和绕质心旋转方向的运动进行动力学分析, 如图 10, 可得出动力学方程:

$$\begin{cases} F_f^1 + F_f^2 = m_s \ddot{y}_o^f \\ F_f^1 \psi \frac{B}{\cos \gamma} \sin \left( \frac{\pi}{2} - \gamma + \theta \right) - F_f^2 \psi \frac{B}{\cos \gamma} \sin \left( \frac{\pi}{2} - \gamma - \theta \right) = J_G \ddot{\theta} \end{cases} \quad (14)$$

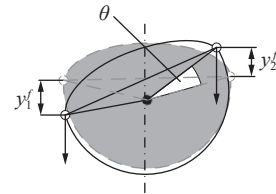


图 10 动力学分析

Fig.10 Dynamics analysis

其中,  $m_s$  表示等效刚体的质量;  $J_G$  表示刚体截面的等效转动惯量。基于输送带本构方程假设, 也可将此弦中存在的张力等效为

$$\begin{aligned} F_T^1 &= \xi_1 K_B^T + F_f^1 \\ F_T^2 &= \xi_2 K_B^T + F_f^2 \end{aligned} \quad (15)$$

常规输送带横截面弧长较小, 弦长较短, 粘弹性影响较小, 因此由粘弹性产生的张力变化不做考虑。综合式 (12) — (15) 整理得出:

$$\begin{bmatrix} \ddot{y}_1^f \\ \ddot{y}_2^f \end{bmatrix} = \mathbf{T}_y^t \begin{bmatrix} F_T^1 \\ F_T^2 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\mathbf{T}_y^t = \begin{bmatrix} W_1 & W_2 \\ W_3 & W_4 \end{bmatrix} \quad (17)$$

其中对应的:

$$\begin{cases} W_1 = \frac{J_\theta + W_5 \psi B^2 \cos \gamma}{J_\theta m_z} \\ W_2 = \frac{J_\theta - W_5 \psi B^2 \cos \gamma}{J_\theta m_s} \\ W_3 = \frac{J_G - W_0 \psi B^2 \cos \gamma}{J_\theta m_g} \\ W_4 = \frac{J_\theta + W_0 \psi B^2 \cos \gamma}{J_\theta m_s} \\ W_5 = m_s \frac{\psi \sin \gamma \cos \gamma - \psi \sin \gamma + \psi \cos \gamma}{\cos^2 \gamma} \\ W_6 = m_s \frac{\cos^2 \gamma - \psi \sin \gamma \cos \gamma + \psi \sin \gamma - \psi \cos \gamma}{\cos \gamma} \end{cases} \quad (18)$$

综合式 (12)-(17), 忽略输送带黏弹性影响, 得出支承系统动力学模型如下式 (19):

$$\begin{bmatrix} \Delta \ddot{y}_1 \\ \Delta \ddot{y}_2 \end{bmatrix} = T_y \begin{bmatrix} F_e^1 \\ F_e^2 \end{bmatrix} \quad (19)$$

选取浮子的气隙及电流作为状态变量, 由公式 (19) 和公式 (11) 可得支承系统的状态空间方程:

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ W_1 \frac{\partial F_e}{\partial y} & W_1 \frac{\partial F_e}{\partial I} & W_2 \frac{\partial F_e}{\partial y} & 0 & 0 & W_2 \frac{\partial F_e}{\partial I} \\ 0 & \frac{\partial F_e}{\partial I} \frac{1}{L_0} & -\frac{R_x}{L_0} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ W_3 \frac{\partial F_e}{\partial y} & 0 & W_3 \frac{\partial F_e}{\partial I} & W_4 \frac{\partial F_e}{\partial y} & 0 & W_4 \frac{\partial F_e}{\partial I} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial F_e}{\partial I} \frac{1}{L_0} & -\frac{R_x}{L_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{L_0} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_e^1 \\ U_e^2 \end{bmatrix} \quad (20)$$

式中:  $L_0$  表示平衡气隙下的电感。

根据公式 (20), 支承系统的动力学模型耦合关系主要受以下参数的影响: 刚体的几何尺寸、等效质量、质心位置和转动惯量。除了带宽参数外, 这些参数通常通过辨识实验来确定。然而, 在辨识过程中, 辨识方法和实验误差都可能引入辨识误差, 进而影响系统模型的准确性。因此, 研究如何处理由系统耦合关系和建模误差引起的干扰, 是支承系统协同控制研究的关键内容。

### 3 基于自耦 PID 的协同控制策略

#### 3.1 支承系统协同运行工况分析

为获得支承系统较为完整的协同控制要求, 需要

对磁悬浮带式输送机运行工况进行分析。在整机横向视角下, 支承组浮子运行过程如图 11 所示。若干浮子在输送机驱动系统作用下沿运行方向以一定速度横向运行。其中, 任一浮子进入磁电混合悬浮系统后被“捕获”, 在一定时间内浮子悬浮于设定气隙, 随后进入“脱离”并进入下一悬浮系统。若干浮子的交替“捕获”和“脱离”, 在整体上实现了输送带的悬浮运行。

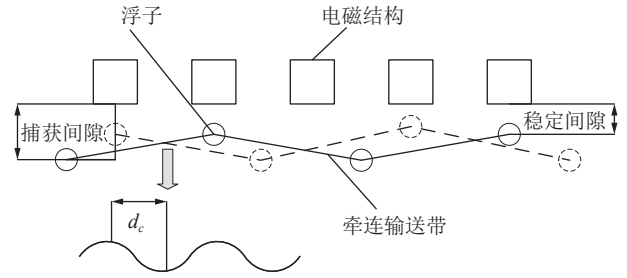


图 11 运行工况示意

Fig.11 Schematic diagram of operating conditions

因此, 输送带的运行是若干浮子在控制系统作用下按一定规律呈现“捕获”状态。为了获得浮子的控制要求, 对上述过程进行定性描述, 定义:

- 1) 捕获间隙  $g_c$ : 悬浮浮子受到有效电磁力作用位置到电磁结构的竖直方向距离;
- 2) 捕获距离  $d_c$ : 悬浮浮子受到有效电磁力作用位置到电磁结构的运行方向距离;
- 3) 存在状态 I: 悬浮浮子稳定悬浮于第  $j$  个电磁结构处; 处于状态 II 时, 悬浮浮子稳定于第  $j+1$  个电磁结构处。

所以, 悬浮过程描述为: 第  $j$  个悬浮浮子处于稳定状态时, 下一时刻时第  $j+1$  个悬浮浮子进入捕获距离和捕获间隙内; 第  $j+1$  个悬浮浮子稳定后, 第  $j$  个悬浮浮子在下一时刻进入第  $j+1$  个电磁结构的捕获距离和捕获间隙; 相邻浮子交替进入捕获状态并稳定悬浮。

由图 11 所示及运动过程分析, 为了保证浮子悬浮过程不间断, 浮子从进入捕获范围开始, 浮子的稳定悬浮存在限定时间:

$$T = 2d_c/v \quad (21)$$

式中:  $2d_c$  为相邻 2 个电磁结构距离;  $v$  为输送带的平均运行速度;  $T$  为浮子在一个磁悬浮系统运动的总周期。

所以, 为了保证支承组前后浮子在横向方向的稳定, 浮子悬浮到稳定的时间不应超过  $T$ , 即在支承系统中, 协同控制还需要考虑单点浮子气隙响应时间。

#### 3.2 协同控制策略设计

综合输送机运行工况与动力学模型耦合情况, 为

了保证支承系统的悬浮稳定和协同一致,磁悬浮控制方法需要考虑未知建模误差和有限时间稳定等要求。同时,考虑到悬浮控制的实现,算法的性能和复杂性也需要综合考虑。

一般地,PID 控制因其结构简单及调节方便被广泛应用于工程实践,但在控制中参数频繁调节与抗扰性等问题需要进一步改进解决,优化的同时往往也增加了算法的实现难度。基于此,曾喆昭教授提出:传统 PID 控制基于误差、误差积分、微分等组合的加权组合,误差以及误差的积分和微分是 3 个完全不同属性的物理量,理论上违背了算术运算的基本规则,相当于将不同属性的物理环节独立分离,也是这种分离和矛盾导致了 PID 参数整定存在一定的模糊性。当然,经过大量工程实践可以得出,PID 参数调节并非无规律可循,曾教授也认为,虽然 3 个参数属于不同属性的物理环节,但是三者之间也一定存在某种内在的必然关系,PID 3 个参数之间应存在一定的耦合规律,在调节控制中可以作为一个整体分析。因此,自耦 PID 作为一种兼具优异控制性能和控制方便等优点的控制算法被提出。以笔者单点的磁悬浮系统为例,描述自耦 PID 控制算法原理如下。首先,磁悬浮系统表述为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2, t) + g(x_1, x_2, t)[f(x_1, x_2, t) + u] \\ x = x_1 \end{cases} \quad (22)$$

其中, $x_1$  为浮子气隙; $f$  和  $g$  表示磁悬浮系统中非线性函数; $u$  表示系统中的控制输入。将系统不确定参数与外部干扰等效为综合干扰,通过下式:

$$d = f(x_1, x_2, t) + g(x_1, x_2, t)f(x_1, x_2, t) + g(x_1, x_2, t)u - b_0u \quad (23)$$

系统转化为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = d + b_0u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (24)$$

通过设定综合扰动,我们可以将某些非线性系统控制问题转化为线性控制问题。这种方法不仅简化了控制策略的设计,还有助于处理系统的时变性。具体来说,式 (23) 和式 (24) 通过引入综合扰动,将系统的非线性特性转化为线性特性,同时将系统的时变性视为系统内部的不确定性。这种方法使得设计控制器以实现式 (22) 描述的悬浮系统的有效控制成为可能。其中,自耦 PID 控制理论提出控制律:

$$u = \frac{z_c^3 e_0 + 3z_c^2 e_1 + 3z_c e_2}{b_0} \quad (25)$$

其中, $e_0$ 、 $e_1$ 、 $e_2$  分别表示气隙跟踪误差积分,跟踪误差、跟踪误差的微分。在自耦 PID 控制理论中, $z_c$  量纲是时间的倒数,且与系统控制中的微分时间常数有关,所以称为速度因子。对于一个被控系统,设其时间尺度为  $\tau$ , $\tau$  越小表明系统的动态特性变化越快。基于此,速度因子被定义为

$$z_0 = \frac{2\alpha}{\tau}, \alpha \in (1, 10] \quad (26)$$

$z_c$  在控制过程中需要动态调整,如果  $z_c$  较大,系统表现出积分环节值较大从而引起超调甚至振荡;反之  $z_c$  较小情况下,系统的响应速度和抗干扰能力下降也会影响控制表现。系统控制过程对超调以及响应速度需求并不恒定,所以,速度因子在控制过程中应具有一定的自适应变化规律。 $z_c$  的取值并不固定,但存在最小值。对于两点磁电混合悬浮系统属于非线性时变系统,参考时变系统相关理论<sup>[26]</sup>,设定系统从动态过程到稳态时间为  $T_0$ ,存在最小速度因子  $z_{cmin}$ ,满足:

$$z_{cmin} = \frac{10\alpha}{T_0}, T_0 = 10\tau \quad (27)$$

如式 (27) 所示,速度因子本质上限制了被控对象系统达到稳态的时间,通过调节速度因子,可以使系统在有限的时间内达到稳定状态。在速度因子的作用下,自耦 PID 控制算法不仅能够实现大范围的稳定性,还具有良好的抗总和扰动的鲁棒性。由于笔者主要研究的是两点系统,对于单点系统的相关证明和讨论在此不再赘述。

在协同控制中,除了协同策略的选择,控制算法的性能对系统的协同效果也具有重要作用。自耦 PID 借鉴韩京清先生自抗扰及跟踪微分器等思想,将非线性不确定系统转化为扰动反相激励下的误差动态系统,具有结构简单,响应速度快,控制精度高,不依赖被控对象模型等优点。

因此,基于自耦 PID 控制的优越性能,笔者设计基于自耦 PID 控制算法的交叉耦合协同控制。根据控制理论,跟踪误差表示当前单点气隙与预期气隙信号差值,轮廓误差表示为当前单点气隙与另一点气隙差值。交叉耦合意味着各单点悬浮系统的控制输入由当前单点的跟踪误差与轮廓误差共同决定。误差与控制输入的关系则基于自耦 PID 原理,具体的协同控制策略和效果示意如图 12 所示。

对于两点协同系统来说,设计速度因子的自适应律满足:随着系统逐渐接近稳态时间,速度因子应呈现变大趋势;随着两点的同步误差减小,速度因子呈



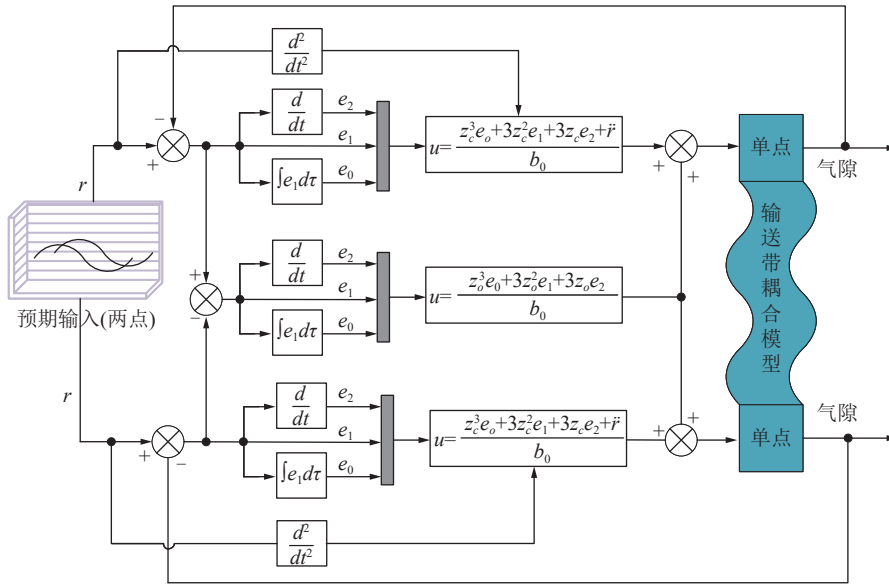


图 12 交叉耦合控制示意

Fig.12 Schematic diagram of cross-coupled control

现变大趋势。因此,笔者对各点自耦 PID 控制方法设计一种基于威布尔函数分布的速度因子自适应控制律为

$$\begin{cases} z_c = z_{cmin} \left( 1 - \exp\left(-\frac{|e_0|}{k}\right) \right) \\ z_0 = z_{0min} \exp\left(-\frac{|e_g|}{k}\right)^{(1+t)} \end{cases} \quad (28)$$

其中,  $k$  取 2, 基于威布尔函数曲线规律<sup>[27]</sup>, 函数输出值与误差的变化关系呈非线性趋势, 而  $k$  的取值可影响非线性趋势的变化, 从而使自适应速度因子的变化更具有可控性。

最终给出交叉耦合控制表达式:

$$\begin{cases} U_1 = \frac{z_0^3 e_0^1 + 3z_0^2 e_1^1 + 3z_0 e_2^1}{b_0} + \frac{z_0^3 e_0 + 3z_0^2 e_1 + 3z_0 e_2}{b_0} \\ U_2 = \frac{z_0^3 e_0^2 + 3z_0^2 e_1^2 + 3z_0 e_2^2}{b_0} + \frac{z_0^3 e_0 + 3z_0^2 e_1 + 3z_0 e_2}{b_0} \end{cases} \quad (29)$$

### 3.3 稳定性分析

针对上式 (29), 系统对应同步误差为

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = x_1^1 - x_1^2 = e_1^1 - e_1^2 \\ \varepsilon_0 = \int_0^t (e_1^1 - e_1^2) dt \\ \varepsilon_2 = \dot{e}_1^1 - \dot{e}_1^2 \end{cases} \quad (30)$$

考虑模型, 将输送带产生的耦合等效为悬浮系统中的干扰。因此, 对支承系统中任一悬浮浮子来说, 带有自耦 PID 控制的闭环悬浮等效表述为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 + b_0 U_1 \\ x = x_1 \end{cases} \quad (31)$$

对公式进行拉普拉斯变换, 则系统转化为

$$\begin{cases} sE_1^1(s) = E_2^1(s) \\ sE_2^1(s) = -X_3^1(s) - b_0 U_1(s) \\ b_0 U_1(s) = \left( z_c^3 \frac{E_1^1(s)}{s} + 3z_c^2 E_1^1(s) + 3z_c s E_1^1(s) \right) \\ \quad - (z_0^3 \varepsilon_0(s) + 3z_0^2 \varepsilon_1(s) + 3z_0 \varepsilon_2(s)) \\ \varepsilon_1(s) = E_1^1(s) - E_1^2(s) \end{cases} \quad (32)$$

将上式整理, 可得:

$$\begin{bmatrix} E_1^1(s) \\ E_1^2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_3^1(s) \\ X_3^2(s) \end{bmatrix} \quad (33)$$

式中

$$\begin{cases} G_{11} = G_{22} = -\frac{s}{(s+z_c)^3} \\ G_{12} = G_{21} = -\frac{s}{3z_0 s^2 + 3z_0^2 s + z_0^3} \end{cases} \quad (34)$$

由自耦 PID 自适应速度调整原则和控制原理,  $G_{11}$ 、 $G_{22}$  是满足稳定性要求的。而  $z_0$  属于交叉耦合参数, 因此, 为了实现协同控制的稳定, 可以通过特征多项式条件确定  $z_0$  取值范围。

对于特征多项式  $3z_0 s^2 + 3z_0^2 s + z_0^3 = 0$  存在 2 个位于  $s$  域左半平面的极点, 即

$$\begin{cases} 9z_0^4 - 12z_0^3 \geq 0 \\ z_0 > 0 \end{cases} \quad (35)$$

由式 (35) 可得在交叉耦合控制的自耦 PID 控制参数的整体范围, 采用自耦 PID 控制后, 系统协同误差表达为

$$E_1^1(s) - E_1^2(s) = \frac{s(s+z_0)^3 - (3z_0s^2 + 3z_0^2s + z_0^3)}{(s+z_0)^3(3z_0s^2 + 3z_0^2s + z_0^3)} (X_3^1(s) - X_3^2(s)) \quad (36)$$

因此,只要在式(35)~式(36)中设置  $z_c$  和  $z_0$  参数数值在合理范围内,协同误差值就可以趋于收敛稳定,在对应控制方法下系统实现协同稳定,从而证明基于自耦PID的交叉耦合控制方法具有可行性和有效性。

### 3.4 仿真验证

在 MATLAB/simulink 仿真平台搭建协同控制仿真

模型如图13所示。其中自耦PID控制算法主要采用软件自带模块如基础运算模块与函数模块组合设计,信号编辑器可以根据需要输出预期信号。被控对象部分采用 S-function 模块搭建。根据自耦PID控制设计,跟踪误差控制的输入信号包括单点悬浮系统的跟踪误差值和预期输入信号。轮廓误差预期信号一般为0,因此轮廓误差控制中输入量只包括两点的跟踪误差值,最终从数据处理部分得到对应信号响应曲线。为了验证控制算法的可行性和控制效果,结合式(35)~式(36)的参数范围,设定仿真实验相关数据参数见表1。另

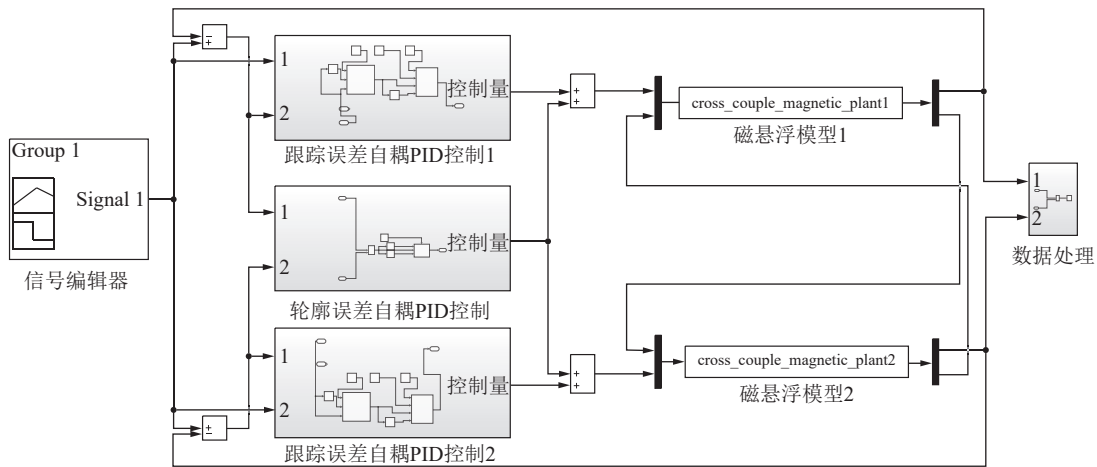


图 13 协同控制仿真模型

Fig.13 Co-control simulation model

表 1 仿真验证相关数据表

Table 1 Data table related to simulation verification

参数	参数含义	数值
$N$	线圈匝数	700
$H_c$	永磁体矫顽力/(kA · m <sup>-1</sup> )	900
$h_1$	固定永磁体厚度/mm	5
$h_2$	上永磁体厚度/mm	8
$h_3$	下永磁体厚度/mm	13
$A_1$	固定永磁体截面积/mm <sup>2</sup>	1 809.56
$r_2$	上永磁体截面半径/mm	12.5
$A_2$	上永磁体截面积/mm <sup>2</sup>	452.39
$A_3$	下永磁体截面积/mm <sup>2</sup>	907.92
$A_w$	有效工作面积/mm <sup>2</sup>	706.86
$\mu_0$	真空磁导率	4π×10 <sup>-7</sup>
$\mu_r$	相对磁导率	1
$R_x$	电磁铁电阻Ω	7.1
$T_0$	过渡时间/s	1
$\alpha$	自耦PID参数	8
$z_0$	单点自耦PID控制最小速度因子	80
$z_c$	协同自耦PID控制最小速度因子	80
$i_0$	平衡电流/A	0
$y_0$	平衡气隙/mm	30
$m_h$	浮子质量/g	176

外,为降低后续实验过程部分参数的重复计算,磁电混合悬浮系统相关数据参数主要基于课题组前期测试实验装置数据,同时也保证了参数的实用性与合理性。

设定浮子在平衡位置浮子重力与永磁体磁吸力平衡,电磁铁电流为 0,对应的气隙为平衡气隙,电磁铁的电流称为平衡电流。

考虑协同控制方法的适用性及有效性,针对浮子悬浮工况,被控对象分为 2 种,一种是侧向左右浮子,系统等效为二阶系统,基于公式 (22),根据公式 (20) 耦合参数等效变形,并选取电压为输入,气隙为输出,如式 (37) 所示。另一种是横向前后浮子,基于假设 1,系统模型如式 (38) 所示。

$$\begin{cases} \dot{x}_1^1 = x_2^1 \\ \dot{x}_2^1 = -39.11(x_2^1 + c_1 x_1^1) - 19183.18x_1^1 \\ \quad + 12.78[f(x_1, x_2, t) + u^1] \\ y = x_1^1 \end{cases} \quad (37)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1^1 = x_2^1 \\ \dot{x}_1^2 = x_2^2 \\ \dot{x}_2^1 = -39.11c_1 x_2^1 - 19183.18x_1^1 + 12.78[f(x_1, x_2, t) + u^1] \\ \dot{x}_2^2 = -39.11c_1 x_2^2 - 19183.18x_1^2 + 12.78[f(x_1, x_2, t) + u^2] \\ y^1 = x_1^1 \\ y^2 = x_1^2 \end{cases} \quad (38)$$

其中,  $c_1$  表示耦合系数,  $f(x_1, x_2, t)$  表示系统耦合模型干扰函数,同时考虑建模误差等问题,对其相关系数及函数形式按照一定标准修正。  $x_1^1$  中上标区分不同浮子,下标区分对应浮子的不同状态变量,仿真测试条件见表 2。系统分别在输送带耦合干扰及浮子端干扰的气隙响应和协同误差如图 14 所示。

如图 14(f)—图 14(g) 所示,在横向前后浮子的悬

浮仿真测试中,中悬浮浮子在 2 s 后从距离电磁结构 25 mm 处进入捕获区域,仿真结果表明前后浮子阶跃响应时间均在 1 s 内,基本符合横向悬浮稳定要求。如图 14(h)—图 14(j) 所示,在侧向左右浮子的 3 项仿真测试中,悬浮浮子均在 2 s 后从距离电磁结构位置 35 mm 处进入捕获区域,且各浮子也在 1 s 内达到稳定悬浮位置,基本满足限定时间要求。

其中,在横向前后两浮子协同测试 a、b 中,两浮子之间状态变量不受影响,浮子受到的干扰主要来自系统模型内部和外部干扰。由图 14(f)—图 14(g) 可知,在内部干扰作用(控制输入端干扰)下,协同过程中浮子间气隙同步误差最大值为 0.000 5 mm。在外部干扰作用(输出气隙端干扰)下,协同过程中浮子间气隙同步误差最大值为 0.5 mm。外部干扰对悬浮支承效果影响较大,但前后浮子均实现有限时间稳定同步,基本达到控制要求。

在侧向左右两浮子耦合干扰协同测试 c 中,从图 14(h) 可以看出,仅考虑输送带耦合干扰对动力学模型影响下,对应系统的气隙同步误差最大不超过 0.000 3 mm,悬浮支承系统跟踪协同效果明显,达到控制要求。

在系统受到输送带耦合干扰的基础上,首先添加内部干扰作用,得出 c 测试情况下系统响应结果,在图 14(i) 可以看出,对应系统的气隙同步误差最大不超过 0.0005 mm,系统稳定。

最后,为了进一步检验协同控制算法的抗干扰能力,将相同配置的高斯噪声干扰添加在任一浮子端的气隙输出端,由响应图 14(j) 看出,噪声输入波峰值最大可达到 2 mm。稳定后系统的气隙同步误差最大不超过 1 mm,可以看出,直接在气隙输出端的干扰对系统稳定产生了较大的影响,但控制性能表现相对较好,协同稳定效果明显。

表 2 仿真测试条件设置

Table 2 Simulation test condition settings

标号	类别	被控对象	设定悬浮气隙	系统耦合模型干扰	外加干扰
a	横向前后浮子受干扰协同测试(控制输入端)	式(38)	距电磁结构下方30 mm	$f(x_1, x_2, t) = 1 + \cos(t)^2$ , $c_1 = \sin(t)$	任一浮子输入U添加高斯噪声干扰,噪声频率为10 Hz,均值为0,标准差为1,种子数为126
b	横向前后浮子受干扰协同测试(浮子端)	式(38)	距电磁结构下方30 mm	$f(x_1, x_2, t) = 1 + \cos(t)^2$ , $c_1 = \sin(t)$	任一浮子气隙处添加高斯噪声干扰,噪声频率为10 Hz,均值为0,标准差为1,种子数为126
c	侧向左右浮子耦合干扰协同测试	式(37)	距电磁结构下方30 mm	$f(x_1, x_2, t) = 1 + \cos(t)^2$ , $c_1 = \sin(t)$	无
d	侧向左右浮子受干扰协同测试(控制输入端)	式(37)	距电磁结构下方30 mm	$f(x_1, x_2, t) = 1 + \cos(t)^2$ , $c_1 = \sin(t)$	任一浮子输入U添加高斯噪声干扰,噪声频率为10 Hz,均值为0,标准差为1,种子数为126
e	侧向左右浮子受干扰协同测试(浮子端)	式(37)	距电磁结构下方30 mm	$f(x_1, x_2, t) = 1 + \cos(t)^2$ , $c_1 = \sin(t)$	任一浮子气隙处添加高斯噪声干扰,噪声频率为10 Hz,均值为0,标准差为1,种子数为126

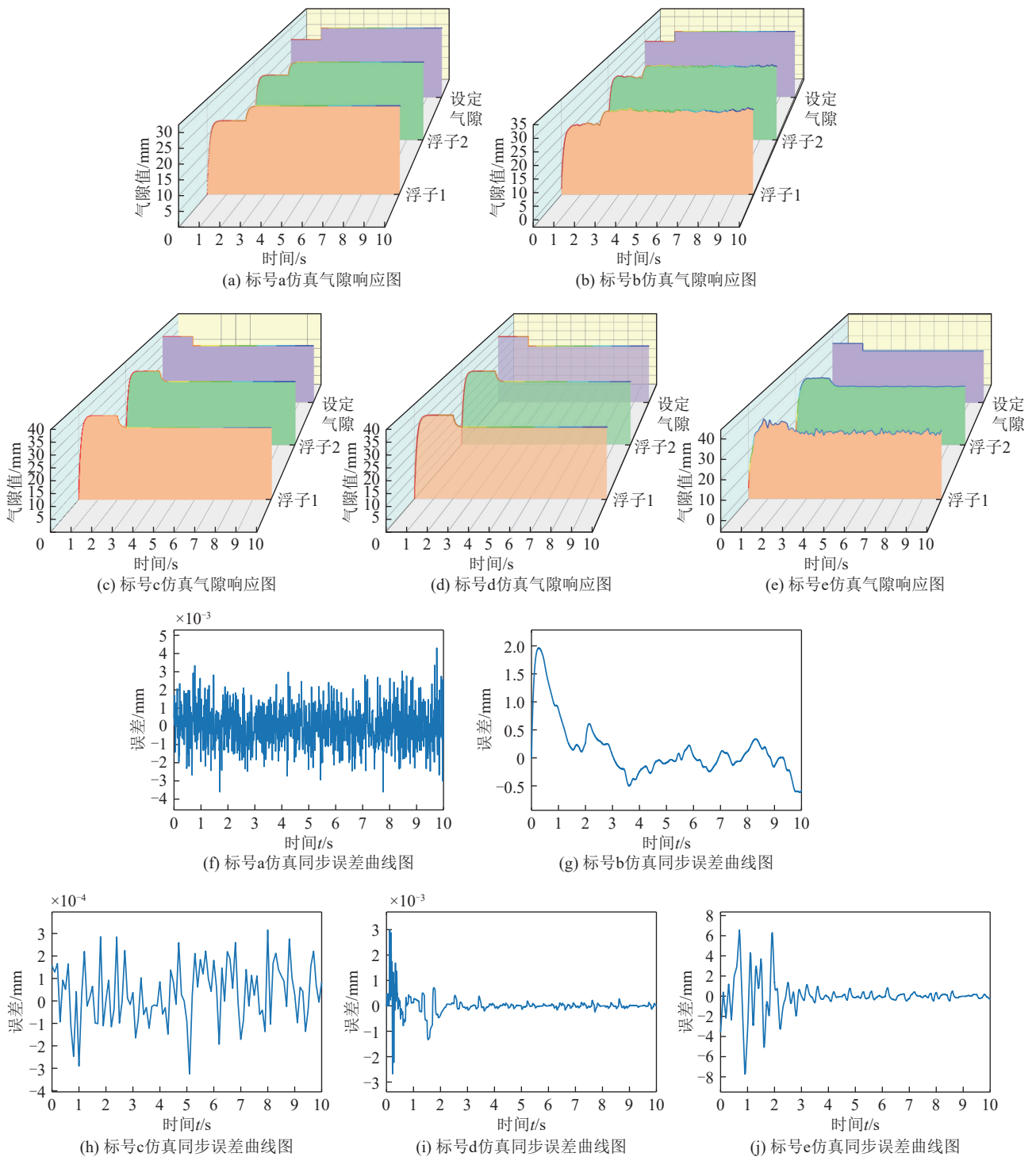


图 14 气隙响应及对应同步误差曲线图

Fig.14 Diagram of air gap response and corresponding synchronization error

### 4 实验研究

本节基于表 1 悬浮系统结构参数搭建实验装置对协同控制算法进行验证。悬浮实验装置如图 15 所示, 2 个浮子与输送带连接构成被控对象, 具体为钕铁硼材质永磁体, PVC 输送带, 支架采用欧标 3030 铝型材。控制系统由控制板与控制电路板组成, 控制电路板包括 12 V 电源电路、基于霍尔传感器的位移测量

电路, 运算放大驱动电路。部分信号传输处理与控制算法设计主要采用基于半嵌入式开发的 simulink 平台, 经位移测量电路处理后的信号与输入电磁结构的控制信号均可通过软件平台在框图中对应获取处理。基于图像化编程, 控制算法的实现与调试较为方便, 可实现算法从仿真到实验的快速移植。由于输送机与磁悬浮系统工作要求, 本实验平台采用基于霍尔传感器的非接触式位移传感器, 不外设气隙检测平台,

仅从磁悬浮系统本身的气隙(位移)响应情况验证协同控制效果。其中,霍尔传感器布置于电磁结构底部,型号为 HW-101A-C;控制板为 Arduino-DUE,最多可实现 12 路 PWM 输出,最大采样率可达 1.5 M 次/秒。

为了抵消物料及输送带的侧向力影响,在输送带外边缘设置辅助索绳。控制板接收两路位移信号并输出对应控制信号,电磁结构放置于集线盒内,防止在实验过程中受到浮子的冲击。

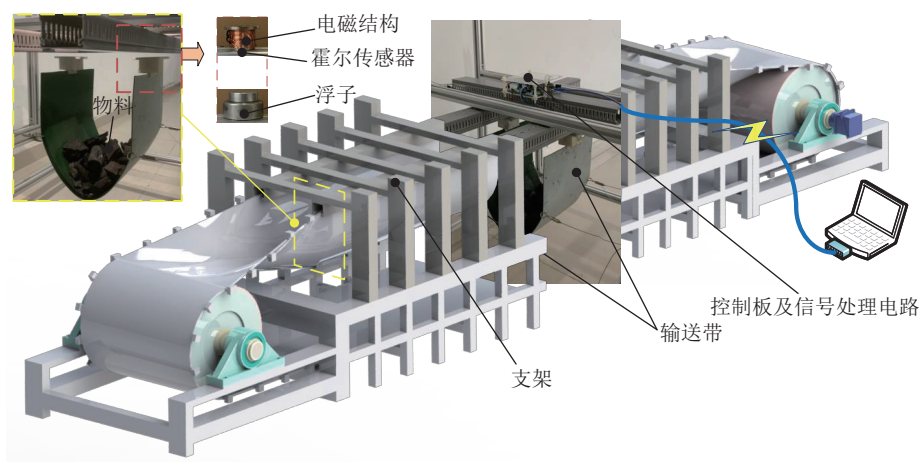


图 15 输送带段悬浮实验平台示意

Fig.15 Schematic diagram of the experimental platform for suspension of the conveyor belt section

本实验装置主要进行 2 组实验,分别是静态悬浮及气隙干扰协同控制实验与物料干扰协同控制实验。气隙端干扰与物料端干扰施加情况类似,因此,此处以物料干扰端施加实验为例说明实验过程。物料干扰施加实验如图 16—图 17 所示。实验过程主要分为 3 个阶段,首先是物料待释放阶段,此时,主要对软件平台与硬件进行调试,包括软件算法的稳定上载,磁悬浮系统各电路与硬件是否正常工作,软件平台中传感器信号输出和控制输入是否正常等,从而保证实验过程数据的顺利记录;输送带内放置一定数量的煤块,为防止实验过程由于质量过大产生的失稳,释放物料前应保持煤块质量尽量小于最大可承载煤块量。通过辅助索绳调整输送带两端与浮子连接段尽量保持竖直,从而保持浮子上平面平行于电磁结构下方,减小侧向力影响的同时可以提高浮子气隙检测的准确性。物料释放阶段,确认调试与数据记录验证正常后,一定质量物料由人工平稳握持于输送带上方固定距离,启动硬件系统电源与软件平台数据记录功能,观察两端浮子磁悬浮系统保持正常工作状态,同时,于设定时间人为释放一定质量的物料,观察物料是否脱离输送带承载区域。物料释放完毕阶段:待确定系统悬浮与物料释放状态正常及满足实验成功条件,实验人员保持无干扰状态退出实验平台区域,等待实验结束,系统停电,导出实验过程软件平台中相关记录数据并作图。实验对象部分参数见表 3。悬浮实验数据曲线如图 18—图 23 所示。

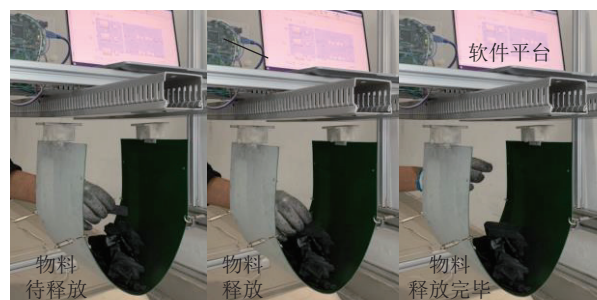


图 16 加载实验图 (78 g)

Fig.16 Diagram of loading experiment (78 g)

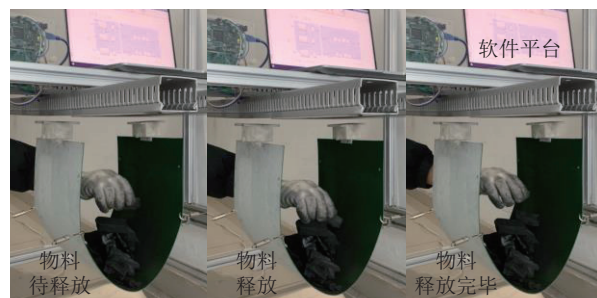


图 17 加载实验图 (86 g)

Fig.17 Diagram of the loading experiment (86 g)

静态悬浮及气隙干扰协同控制实验:装置通电后,微控制器上载控制算法,将 T 型悬浮浮子放置于电磁结构下方约 30 mm 左右,悬浮浮子受到电磁作用,浮子静态稳定。随后,选择任一浮子,人工在浮子表面施加瞬时外力,使其产生一定位移,作为系统浮子受到的随机干扰,记录悬浮浮子气隙及电磁结构平衡电流大小变化情况如图 18—图 21 所示。图 18—图 19

表 3 实验装置部分参数

Table 3 Selected parameters of the experimental setup

参数	取值
带宽(B)/mm	260
输送带垂度/mm	420
等效截面质量/g	240
煤料最大载重/g	320

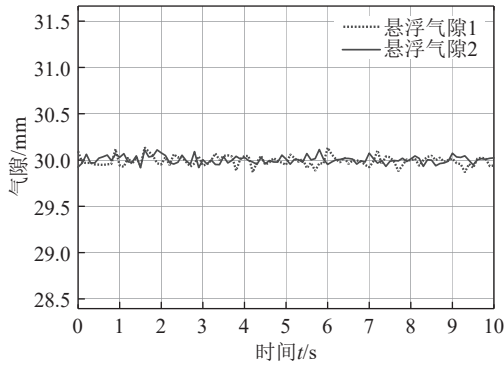


图 18 悬浮气隙跟踪实验结果

Fig.18 Experimental results of suspended air gap tracking

表示两浮子在 10 s 时间里稳定悬浮状态下气隙和电流大小变化,从图 18 可以看出,系统悬浮时,气隙基本稳定于 30 mm 处,两浮子的气隙跟踪误差不超过 0.2 mm,由图 19 可得,平衡电流在无外界强干扰情况下,电流稳定于 0.22 A 左右,两浮子基本保持悬浮同步平衡稳定。图 20—图 21 表示两浮子在稳定悬浮状态下受到随机气隙干扰后的气隙与电流变化情况。从图 20 可以看出,随机干扰于 4 s 左右施加于任一端浮子,干扰为 1 mm 大小的气隙变化,浮子受到干扰后迅速响应,施加干扰端的浮子发生约 1.4 mm 的气隙变化,并在 5.5 s 左右重新稳定。另一端的浮子也随之受到影响,在 4 s 稍后于干扰端浮子时间内发生约 0.3 mm 的气隙变化,在 5 s 左右重新稳定。从图 21 可得,电磁结构的电流也在 4 s 时发生突变,施加干扰端的电流大小高于未施加干扰端的浮子,干扰端电流最高达到 0.31 A,未施加干扰端的电流最高达到 0.28 A。两端电流均于 5 s 左右重新恢复稳定状态,电流大小约为 0.22 A。综合来看,在静态悬浮稳定状态下的悬浮气隙在 1 s 左右稳定于平衡状态,受到浮子端干扰时,电流波动最大值为 0.31 A,且系统在接近 1 s 内可恢复于平衡位置。

物料干扰协同控制实验:在静态悬浮状态时,向输送带内释放物料块,物料块重量分别为 78 g 和 86 g。其中,第一次物料释放与第二次物料释放间隔时间为 4 s,记录两浮子对应气隙及电流变化情况。从图 22—图 23 可以看出,第一次释放物料后,两端浮子的气隙

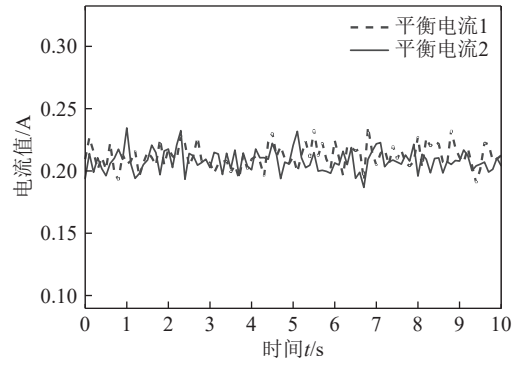


图 19 平衡电流变化实验结果

Fig.19 Experimental results of equilibrium current change

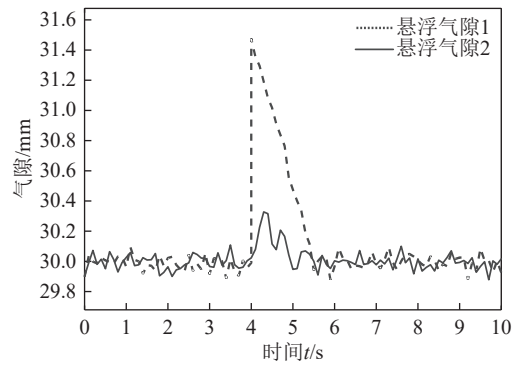


图 20 悬浮气隙跟踪实验结果(添加干扰)

Fig.20 Experimental results of suspended air gap tracking (adding disturbances)

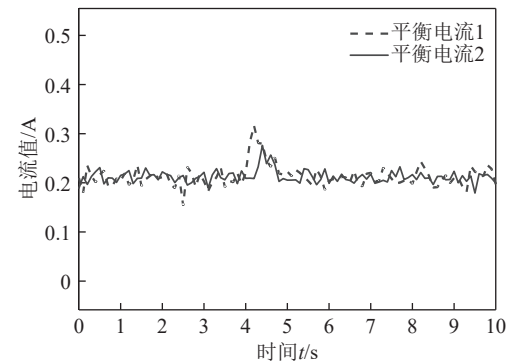


图 21 平衡电流变化实验结果(添加干扰)

Fig.21 Experimental results of equilibrium current variation (adding interference)

同步误差最大超过 1 mm,在 2 s 左右恢复到 30 mm,同步误差波动超过 1 mm,整体气隙同步及稳定时间在 2 s 左右。第二次释放物料后,两端浮子的气隙波动仍然超过 1 mm,在 1 s 左右恢复到 30 mm,气隙稳定并保持同步,同步误差值最大达到 1 mm。第一次加载物料后,两浮子对应的电流分别增加至 0.45 A 和 0.5 A,第二次加载物料后,对应浮子又分别增加至 0.7 A 和 0.65 A。综合来看,2 次物料的释放导致系统载荷增加,两端浮子受到的悬浮力随之增大,两端浮

子的悬浮力变化情况存在一定差异,但悬浮支承整体表现仍然为悬浮稳定。

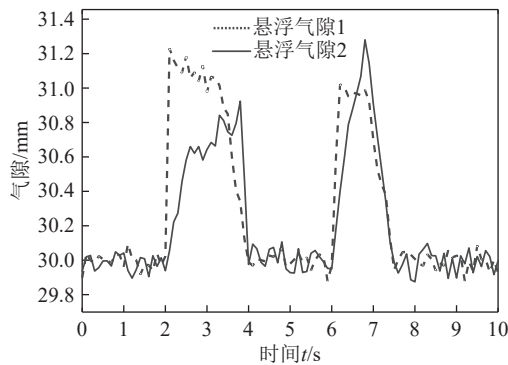


图 22 悬浮气隙跟踪实验结果 (物料加载)

Fig.22 Experimental results of suspended air gap tracking (material loading)

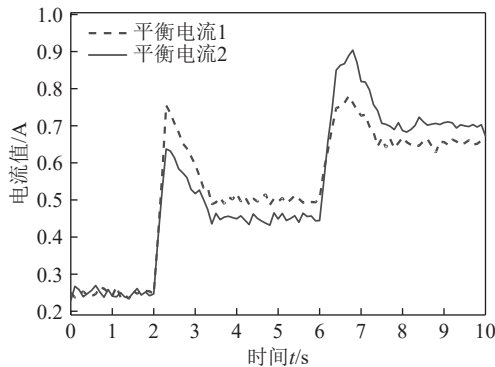


图 23 平衡电流变化实验结果 (物料加载)

Fig.23 Experimental results of equilibrium current change (material loading)

综合上述悬浮实验结果,悬浮实验装置的静态协同稳定基本满足要求,在设定气隙 30 mm 处实现稳定悬浮支撑,且两浮子的同步误差保持在 1 mm 范围之内。物料端的干扰会对悬浮系统造成一定的影响,但平台在控制算法的作用下保持悬浮稳定,响应时间小于 2 s,气隙波动小于 1 mm,悬浮支承效果良好。另外,在输送机实际应用中,物料的载荷范围往往在每米几十到几百 kg 不等,大惯量的载荷突变以及协同控制下浮子与输送带粘弹性耦合作用下的气隙波动将更为明显。同时,在本节物料加载实验中,物料的加载在 80 g 左右,物料载荷最大可达 320 g,得益于控制算法的不依赖被控对象精确模型与鲁棒性等特点,在设定载荷基础上的大范围加载变化对支承效果影响较小。因此,可以预见,两端浮子在受到输送带整机大载荷物料产生的气隙波动影响下,悬浮支承系统仍可以满足稳定悬浮要求。当然,输送带的粘弹性振动特性分析及电磁结构等在整机设计中还需根据承载量需求进行优化与改进。

## 5 结 论

1) 对本课题组提出的一种无托辊式带式输送机支承系统的磁电混合悬浮系统进行研究,考虑悬浮系统悬浮气隙磁场分布及其回路磁导差异,基于改进磁阻的磁路法建立电磁控制方程,结合输送带悬链线等效模型及截面稳定假设,建立一种由刚体与弦模型结合等效的支承系统动力学模型。

2) 针对悬浮运行工况条件下的有限时间稳定与系统动力学模型存在的未知系统建模误差影响等支承系统稳定控制要求,提出一种基于自耦 PID 的交叉耦合协同控制策略,设计了 2 种自适应速度因子函数,通过理论和仿真验证了协同控制方法的有效性和稳定性,仿真结果表明系统在内部耦合干扰和外部随机干扰下,可在设定有限时间 1 s 内于设定气隙 30 mm 处实现稳定悬浮,在控制输出和悬浮气隙输出添加外部干扰情况下,协同误差最大值分别为 0.000 5 mm 和 1 mm。

3) 搭建悬浮实验装置分别进行了静态悬浮及气隙干扰协同控制实验和物料干扰协同控制实验,实验结果表明:输送带及两端浮子在设定气隙 30 mm 下悬浮稳定,分别在浮子和物料处添加干扰,系统受到干扰后,气隙波动最大值为 1 mm,两浮子气隙同步误差最大值为 1 mm,系统具有一定的抗干扰能力,满足控制设计要求。

## 参考文献(References):

- [1] 王忠鑫,田会,王东,等.露天采矿科学目标的演变与未来发展趋势[J].煤炭学报,2024,49(S1):129-153.  
WANG Zhongxin, TIAN Hui, WANG Dong, et al. Evolution and Future Prospect of Scientific Objectives of Open-pit Mining [J]. Journal of China Coal Society, 2024, 49(S1): 129-153.
- [2] 闫旭,郭建雄.超长运距可伸缩带式输送机降阻技术分析[J].煤炭科学技术,2019,47(S2):113-117.  
YAN Xu, WU Jianxiong. Analysis on drag reduction technology based on retractable belt conveyor with super long conveying distance [J]. Coal Science and Technology, 2019, 47(S2): 113-117.
- [3] WHEELER C A. Rotating resistance of belt conveyor idler rolls[J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering, 2016, 138(4): 041009.
- [4] ROBINSON P W, WHEELER C A. The indentation rolling resistance of spherically profiled idler rolls[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2016, 106: 363-371.
- [5] 王得胜,陈亚丰.带式输送机的输送带参数和托辊间距的优化[J].河南理工大学学报(自然科学版),2015,34(4):525-531.  
WANG Desheng, CHEN Yafeng. Optimization for belt parameter and roller spacing of belt conveyor[J]. Journal of Henan Polytechnic University (Natural Science), 2015, 34(4): 525-531.
- [6] 王亮,邓久帅,王若含.绿色矿山科学内涵的演进与重构[J].绿色

- 矿山, 2023, 1(1): 178–185.
- WANG Liang, DENG Jiushuai, WANG Ruohan. Evolution and reconstruction of the scientific connotation of green mine[J]. *Journal of Mine*, 2023, 1(1): 178–185.
- [7] 强海洋, 郭冬艳. 中国矿业绿色发展的标准体系建设研究[J]. *绿色矿山*, 2024(1): 94–102.
- QIANG Haiyang, GUO Dongyan. Research on the construction of standard system for green development of China's Mining Industry[J]. *Journal of Green Mine*, 2024(1): 94–102.
- [8] 王荣鑫, 孟文俊, 席超群, 等. 垂直气垫压带输送机气室半径的优化研究[J]. *煤炭技术*, 2022, 41(1): 231–233.
- WANG Rongxin, MENG Wenjun, XI Chaoqun, et al. Optimization of air chamber radius of vertical air cushion pressure belt conveyor[J]. *Coal Technology*, 2022, 41(1): 231–233.
- [9] 董岑华, 段诚, 孟云, 等. 水垫带式输送机水垫压力场的计算模拟与实验研究[J]. *煤炭学报*, 2012, 37(11): 1930–1934.
- DONG Qinhu, DUAN Cheng, MENG Yun, et al. Experiment and numerical simulation of pressure field for water cushion belt conveyor[J]. *Journal of China Coal Society*, 2012, 37(11): 1930–1934.
- [10] 胡坤, 王爽, 李德永, 等. 一种永磁磁垫带式输送机的气隙特性研究[J]. *煤炭学报*, 2015, 40(3): 701–706.
- HU Kun, WANG Shuang, LI Deyong, et al. Research on air gap characteristics of permanent magnetic cushion belt conveyor[J]. *Journal of China Coal Society*, 2015, 40(3): 701–706.
- [11] 徐俊起, 林国斌, 陈琛, 等. 负载扰动下磁浮车辆多点悬浮建模与控制[J]. *同济大学学报(自然科学版)*, 2020, 48(9): 1353–1363.
- XU Junqi, LIN Guobin, CHEN Chen, et al. Modeling and control of multi-point levitation of maglev vehicle under loading disturbance[J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2020, 48(9): 1353–1363.
- [12] 孙友刚, 徐俊起, 贺祯宇, 等. 基于误差交叉耦合的多电磁铁悬浮系统滑模协同控制[J]. *西南交通大学学报*, 2022, 57(3): 558–565.
- SUN Yougang, XU Junqi, HE Zhenyu, et al. Sliding mode cooperative control of multi-electromagnet suspension system based on error cross coupling[J]. *Journal of Southwest Jiaotong University*, 2022, 57(3): 558–565.
- [13] 胡业发, 方康平, 吴华春, 等. 基于高功率密度磁悬浮高速电机的全参数自适应控制[J]. *机械设计与研究*, 2023, 39(3): 139–144, 149.
- HU Yefa, FANG Kangping, WU Huachun, et al. Full parameter adaptive control based on high power density magnetic levitation high speed motor[J]. *Machine Design & Research*, 2023, 39(3): 139–144, 149.
- [14] 刘晨阳, 吴大伟, 郭一泽, 等. 不确定强耦合下四旋翼姿态鲁棒自适应控制[J]. *航空学报*, 2023, 44(S1): 150–159.
- LIU Chenyang, WU Dawei, GUO Yize, et al. Robust adaptive attitude control of quadrotor with uncertain strong coupling[J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2023, 44(S1): 150–159.
- [15] 张昌琪, 曾喆昭, 王伟. 基于 ACPI 的磁浮球系统控制方法[J]. *铁道科学与工程学报*, 2024, 21(3): 1180–1188.
- ZHANG Changqi, ZENG Zhezhaohao, WANG Wei. Control method of magnetic levitation ball system based on ACPI[J]. *Journal of Railway Science and Engineering*, 2024, 21(3): 1180–1188.
- [16] 程启芝, 曾喆昭, 程婷, 等. 未知非线性系统的自耦 PD 协同控制方法[J]. *控制工程*, 2022, 29(8): 1437–1442.
- CHENG Qizhi, ZENG Zhezhaohao, CHENG Ting, et al. Auto-coupling PD cooperative control method for unknown nonlinear systems[J]. *Control Engineering of China*, 2022, 29(8): 1437–1442.
- [17] 杨旭, 曹立佳, 刘洋. 基于自耦 PID 控制的四旋翼无人机姿态控制[J]. *兵器装备工程学报*, 2021, 42(10): 170–175.
- YANG Xu, CAO Lijia, LIU Yang. Attitude control of quadrotor based on SC-PID control[J]. *Journal of Ordnance Equipment Engineering*, 2021, 42(10): 170–175.
- [18] SUN H D, LIU C, ZHANG H, et al. Research on a self-coupling PID control strategy for a ZVS phase-shift full-bridge converter[J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2021, 2021: 6670382.
- [19] 宋春生, 尹睿, 魏子航, 等. 磁悬浮柔性转子系统解耦控制仿真[J]. *西南交通大学学报*, 2023, 58(4): 761–772.
- SONG Chunsheng, YIN Rui, WEI Zihang, et al. Simulation on decoupling control of maglev flexible rotor system[J]. *Journal of Southwest Jiaotong University*, 2023, 58(4): 761–772.
- [20] 竺志大, 王文军, 寇海江, 等. 磁悬浮轴承多自由度转子系统的协同控制建模与仿真研究[J]. *机械工程学报*, 2021, 57(17): 173–184.
- ZHU Zhida, WANG Wenjun, KOU Haijiang, et al. Research on modeling and simulation of cooperative control for multi-degree-of-freedom rotor system of magnetic bearing[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2021, 57(17): 173–184.
- [21] 杨东旭, 贾少锋, 梁得亮, 等. 永磁无刷轮毂电机轮对系统同步工况下的协调控制策略[J]. *中国电机工程学报*, 2024, 44(6): 2418–2427.
- YANG Dongxu, JIA Shaofeng, LIANG Deliang, et al. Coordinated control strategy under synchronous condition of permanent magnet brushless hub motor wheelset system[J]. *Proceedings of the CSEE*, 2024, 44(6): 2418–2427.
- [22] 朱焯秋, 周睿. 逆变器驱动式六极径向-轴向混合磁轴承结构原理及性能分析[J]. *电机与控制学报*, 2021, 25(4): 88–95.
- ZHU Huangqiu, ZHOU Rui. Inverter-fed three-pole radial-axial hybrid magnetic bearings and their improved structure[J]. *Electric Machines and Control*, 2021, 25(4): 88–95.
- [23] 林其壬, 赵佑民. *磁路设计原理*[M]. 北京: 机械工业出版社, 1987.
- [24] 苏芷玄, 杨杰, 彭月, 等. 单点混合磁悬浮系统的自抗扰控制仿真研究[J]. *铁道科学与工程学报*, 2022, 19(4): 864–873.
- SU Zhixuan, YANG Jie, PENG Yue, et al. Simulating active disturbance-resistant control of single-point hybrid magnetic suspension system[J]. *Journal of Railway Science and Engineering*, 2022, 19(4): 864–873.
- [25] 马宇驰. 非匀质悬索数学模型的研究[D]. 长春: 吉林大学, 2016.
- MA Yuchi. Research on mathematical model on non-uniformly qualitative suspension cable. Changchun: Jilin University, 2016.
- [26] 曾喆昭, 刘文珏. 自耦 PID 控制器[J]. *自动化学报*, 2021, 47(2): 404–422.
- ZENG Zhezhaohao, LIU Wenjue. Self-coupling PID controllers[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2021, 47(2): 404–422.
- [27] AZIMI R, ESMAILIAN M. Correction to: The weibull Fréchet distribution and its applications[J]. *Journal of Applied Statistics*, 2021, 48(16): 3251–3252.