

采动岩层整体移动“类双曲线”理论模型及验证

——从二维“类双曲线”到三维“类双曲面”模型

左建平^{1,2}, 徐丞谊^{1,2}, 孙运江^{1,2}, 李颖^{1,2}, 吴根水², 于美鲁²

(1. 中国矿业大学(北京)力学与土木工程学院, 北京 100083; 2. 中国矿业大学(北京)采动岩石力学国际创新中心, 北京 100083)

摘要:煤炭开采会引起上覆岩层自下而上变形、破断及移动, 并导致地表沉陷等问题, 其本质是一个力学过程, 故亟需发展基于岩层破断力学机理的移动理论模型。首先简要回顾了国内外岩层移动理论模型, 然后重点介绍了本团队近年来在岩层整体移动理论模型方面的研究进展。基于不同层位岩层的破断形态的力学分析和相似模拟试验结果, 提出了采动覆岩整体移动“类双曲线”模型, 其顶点大约位于上覆岩层主关键层的层位。进而建立了岩层移动内外“类双曲线”整体模型, 给出了采动覆岩内外整体移动表达式及物理意义参数体系。针对不同覆岩和煤层赋存条件, 分析了岩层整体移动“类双曲线”模型的演化规律。在此基础上, 进一步将二维“类双曲线”拓展到三维“类双曲面”模型, 建立了采动覆岩全空间“类双曲面”立体移动模型, 该模型包含“类单叶”和“类双叶”双曲面。该理论模型是在我国很多前辈及学者的研究基础上, 从系统科学的角度考虑岩层的整体移动规律, 初步形成了采动覆岩整体移动“类双曲线(面)”理论模型框架, 希望能为我国煤炭科学开采提供理论指导。

关键词:岩层移动; “类双曲线”模型; “类双曲面”模型; 关键层理论

中图分类号: TD325 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-9993(2024)04-1731-21

Theoretical model and verification of “analogous hyperbola (hyperboloid)” for the overall movement of mining rock strata: From two-dimensional “analogous hyperbola” to three-dimensional “analogous hyperboloid” models

ZUO Jianping^{1,2}, XU Chengyi^{1,2}, SUN Yunjiang^{1,2}, LI Ying^{1,2}, WU Genshui², YU Meilu²

(1. School of Mechanics and Civil Engineering, China University of Mining and Technology-Beijing, Beijing 100083, China; 2. International Innovation Center for Mining Rock Mechanics, China University of Mining and Technology-Beijing, Beijing 100083, China)

Abstract: Coal mining can cause the deformation, fracture, and movement of overlying strata from bottom to top, leading to surface subsidence and other problems. This is a mechanical process, so it is urgent to develop a movement theoretical model based on the mechanical mechanism of rock fracture. Firstly, this paper reviews some theoretical models of rock movement worldwide, and then focuses on our research progress in the field of overall rock movement theoretical models

收稿日期: 2023-11-20 修回日期: 2024-03-18 责任编辑: 王凡 DOI: 10.13225/j.cnki.jccs.2023.1574

基金项目: 国家杰出青年科学基金资助项目(52225404); 北京市卓越青年科学家资助项目(BJJWZYJH01201911413037); 中央高校优秀青年团队资助项目(2023YQTD01)

作者简介: 左建平(1978—), 男, 江西高安人, 教授, 博士。E-mail: zjp@cumtb.edu.cn

引用格式: 左建平, 徐丞谊, 孙运江, 等. 采动岩层整体移动“类双曲线”理论模型及验证——从二维“类双曲线”到三维“类双曲面”模型[J]. 煤炭学报, 2024, 49(4): 1731-1751.

ZUO Jianping, XU Chengyi, SUN Yunjiang, et al. Theoretical model and verification of “analogous hyperbola (hyperboloid)” for the overall movement of mining rock strata: From two-dimensional “analogous hyperbola” to three-dimensional “analogous hyperboloid” models[J]. Journal of China Coal Society, 2024, 49(4): 1731-1751.



移动阅读

in recent years. Based on the mechanical analysis of the fracture morphology of different layers of rock and the results of similar simulation tests, an “analogous hyperbola” model for the overall movement of mining induced overlying strata was proposed, the focus of the model was approximately located in the layer of the main key stratum of the overlying strata. Furthermore, the overall model of “analogous hyperbola” inside and outside the strata movement was established, and the expression and physical significance parameter system for the internal and external movement of mining overlying rocks were provided. The evolution law of the “hyperbolic like” model for the overall movement of rock layers was analyzed based on different occurrence conditions of overlying rocks and coal seams. On this basis, further extending the two-dimensional “analogous hyperbola” model to the three-dimensional “analogous hyperboloid” model, the three-dimensional movement model of “analogous hyperboloid” in the whole space of mining overburden was established, which includes “quasi-single-leaf” and “quasi-double-leaf” hyperboloids. This theoretical model is based on the research of many predecessors and scholars in China, from the perspective of systems science, it considers the overall movement law of rock layers. A preliminary theoretical model framework of the “analogous hyperbola (hyperboloid)” theory for the overall movement of mining overburden has been formed, hoping to provide a theoretical guidance for scientific coal mining in China.

Key words: strata movement; analogous hyperbola model; analogous hyperboloid model; key strata theory

能源是国家繁荣和经济可持续发展的重要支撑^[1]。2023 年我国煤炭消费总量占能源消费总量比重的 55.3%^[2], 煤炭仍旧占据着主导地位。煤炭开采会导致岩层运动, 引起岩层内部应力场、裂隙场发生变化, 进而影响矿压显现, 造成地下水和煤层瓦斯运移发生偏转、地表沉陷等问题^[3]。采动影响下的岩层运动与控制是采矿的基础科学问题, 但采动影响下的岩层运动问题十分复杂, 仍有很多问题亟待解决^[3]。岩层运动引发的地表沉陷和矿压问题其本质是岩石力学问题, 建立岩层运动力学模型, 揭示采动影响下岩层破断移动机理对于实现绿色、安全和高效采矿来说具有重大意义。

经历数代国内外学者的努力, 在岩层移动领域已经产生了许多成果。从 19 世纪 60 年代开始, 苏联、波兰和德国等煤炭开采大国对工作面顶板的岩层破断移动及其形成的结构提出了一系列的假说, 例如“悬臂梁假说”“压力拱假说”“铰接岩块假说”和“预成裂隙假说”等。我国有关岩层移动领域的研究起步较晚但发展迅速, 最具有代表性的有我国钱鸣高院士^[4-7]提出的“砌体梁”理论模型, 该理论得到了国内外学者的广泛认同, 实现了我国矿山压力研究领域的跨越式发展。同一时期, 宋振骐院士^[8]提出了“传递岩梁”理论模型。谢和平院士等^[9]基于 S-R 分解应变定义研究采动覆岩破断移动问题。在煤层上方中部岩层移动研究领域, 最为著名的是钱鸣高院士^[10]在“砌体梁”理论基础上提出的岩层移动“关键层”理论, 该理论模型为我国矿山压力与岩层控制研究奠定了基础。在地表沉陷研究领域, 波兰学者 J LITWINISZYN 引入随机介质理论来预测开采造成的地表沉陷, 随后我国学者刘宝琛院士^[11]基于随机介质理论发展了能预测地表沉陷的概率积分法。

笔者按照煤层上方基本顶和直接顶→煤层上方中部岩层→地表的位置, 即由采场至地表的顺序, 回顾和梳理了国内外岩层移动研究领域理论模型, 重点阐述关键层理论在岩层移动方面的重要作用。在前人研究的基础上, 笔者团队^[12-15]基于关键层理论, 通过数学与力学分析揭示了自煤层上方至中部岩层最终到地表岩层整体移动力学机理, 提出了采动覆岩整体移动“类双曲线”模型和内外“类双曲线”模型, 随后将二维“类双曲线”模型拓扑演化扩展到三维“类双曲面”模型^[16], 并将理论模型与工程实际相结合提出了含水层开采“浅保-深储”模型^[17], 为现场工程提供了理论依据。经过多年研究, 笔者团队初步形成了从二维到三维的采动岩层整体移动理论模型, 成果初步得到了国内外学者的引用与评价, 团队将继续致力于采动岩层整体移动研究, 以为科学绿色采矿提供理论指导。

1 经典岩层移动理论

国外关于煤矿开采过程中矿山压力显现研究开始较早, 德国、苏联和比利时等采煤大国学者从 19 世纪中后期到 20 世纪中期对煤炭开采中的矿山压力问题展开研究, 提出了一系列的经典假说。德国学者舒里兹于 1867 年提出的悬臂梁假说, 如图 1(a) 所示, 解释了支承压力和周期来压现象, 但是该假说将煤层直接顶视为连续介质, 而实际工作面直接顶由于采动影响失去了连续性, 因此不能将其视为弹性的连续岩梁, 这也导致采用该理论计算所得顶板下沉量与实际相差过大。德国学者 W HACK、G GILLITZER 提出的压力拱假说对工作面回采前后支承压力给出了最为经典的解释, 如图 1(b) 所示; 但该假说未对压力拱进

行力学分析,也未能解释周期来压的现象。苏联学者库兹涅佐夫于1954年在悬臂梁假说的基础上提出铰接岩块假说,该模型对近煤层上方岩层划分成“不规则垮落带”和“规则移动带”,并分析了上方岩层破断后会形成互相挤压的多环节铰链系统;但该假说仅仅考虑了采场顶板的局部活动,对所形成的铰接梁结构假设过于理想化导致计算结果与现场实际并不相符。

同一时期,比利时学者拉巴斯认为煤系地层为层状沉积岩层理、节理、裂隙断层等破坏了岩层的连续性,拉巴斯采用非连续介质理论分析煤层上方岩层的运动,提出了“假塑性”变形特征,阐明了采场围岩应力分布、变形和破坏,但该理论也存在一定局限性:对于煤层上方完整坚硬顶板来说往往不能形成预成裂隙梁、极破碎软岩岩层也难以形成“假塑性”弯曲岩梁。

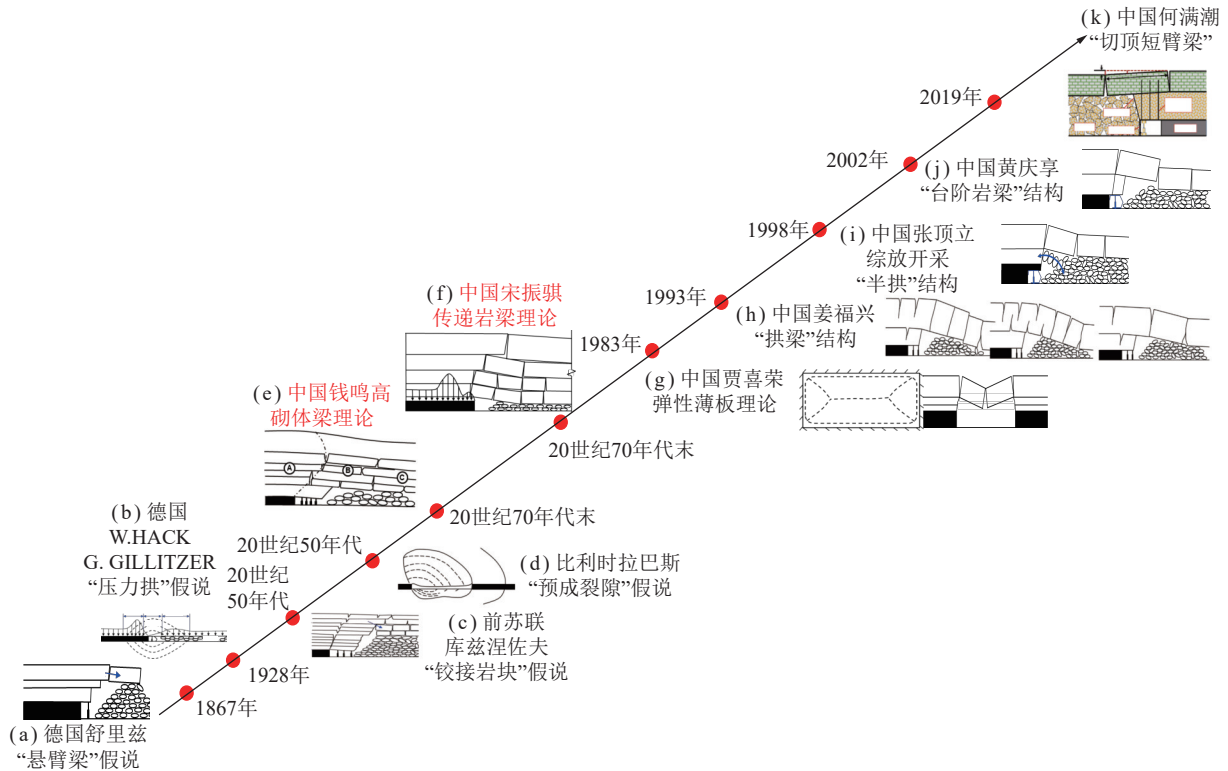


图1 基本顶岩层破断理论发展图谱

Fig.1 Development graph of basic top rock fracture theory

通过回顾国外学者对于基本顶岩层破断理论模型的研究成果,可以看出,国外学者在岩层移动领域研究起步早,所建立的假说模型能够初步解释一些煤矿开采所产生的矿压问题,但在实际应用中受到现场实际地质条件的限制。但不可否认的是这些假说为基本顶岩层破断理论的发展奠定了一定的基础,为后续研究的展开提供了思路与指导。

新中国成立以后,随着我国工业化进程加速,众多国内学者在岩层移动领域取得了丰富的研究成果,最具有代表性的理论有“砌体梁”理论^[4,7]、“传递岩梁”理论^[8]。钱鸣高院士^[18]在铰接岩块假说、预成裂隙假说的基础上,根据相似模拟实验和现场实测,将采场前后及上覆岩层划分为“横三区”和“竖三带”,如图1(e)所示,并通过对采场上覆岩层的平衡和失稳进行了力学分析,提出了著名的“砌体梁”理论,钱鸣高院士^[5]认为煤层上覆岩层断裂后岩块回转相互挤压,

由于水平压力与摩擦力的存在会形成1种外表类似梁的结构,由于这种结构形状类似砌体,故称之为“砌体梁”^[7]。“砌体梁”理论为我国矿山压力、岩层移动研究领域奠定了基础,后期我国众多研究都是基于“砌体梁”理论所展开。

宋振骐院士根据大量的现场实测资料为依据,建立起“传递岩梁”理论模型,如图1(f)所示。宋振骐院士^[19]认为传递岩梁结构无论是在相对稳定阶段,还是运动的阶段,都能始终保持传递应力,能将其作用力传递至煤壁前方和采空区已垮落的矸石之上。宋振骐院士还对工作面支架“给定变形”和“限定变形”2种状态展开分析,给出了支架与围岩的位移方程^[8],对采场来压预报对于采场顶板管理都有重要的指导意义。

我国虽然在岩层移动领域起步较晚,但取得了瞩目的成果。钱鸣高院士、宋振骐院士提出的“砌体梁”和“传递岩梁”理论得到了现场实测和相似模拟实验

的验证,也在世界上取得了广泛的认可,为我国岩层移动研究打下了坚实的基础。

改革开放后,国内学者基于前人研究基础又取得了众多成果。1983年,贾喜荣等^[20]将整体性较强的坚硬顶板简化为弹性薄板结构,并根据工作面顶板运动不同时期岩层结构的力学特征,建立了“弹性板与铰接板结构”的力学模型,如图1(g)所示。基于该理论模型,贾喜荣教授对回采工作面顶板来压步距和来压强度进行了定量分析计算,计算结果与现场实测数据基本吻合。1993年,姜福兴等^[21]基于“砌体梁”理论和“传递岩梁”理论,通过采场基本顶岩层的强度不同将顶板划分为松软破碎顶板、中硬顶板和完整坚硬顶板,并针对3种类型顶板提出了“类拱”“拱梁”和“梁氏”结构,如图1(h)所示。张顶立等^[22]针对综放开采工作面,基于“砌体梁”理论,提出了“砌体梁”与“半拱”式结构结合的综放工作面覆岩结构形式,如图1(i)所示,他认为综放工作面在远离采场的位置仍然存在着“砌体梁”式基本顶结构,并与靠近采场位置的“半拱”式结构相结合,构成综放开采覆岩结构的基本形式。黄庆享等^[23]根据现场实测和相似模拟实验发现,浅埋煤层采场的关键块比较大,难以保持稳定,会出现关键块滑落失稳的现象,这种情况下所形成的顶板结构被称为“台阶岩梁”结构,如图1(j)所示。针对中国西部浅埋煤层黄庆享等^[24]深入研究浅埋煤层开采的厚砂土层的破坏机制,发现采动过程中砂土层的垮落破坏会形成“拱梁”式临时结构。随着我国煤炭开采规模和强度的不断增大,如何提高采出率和提高煤炭开采效率显得尤为重要。针对这一问题,何满潮院士团队^[25-29]提出了“切顶短臂梁”顶板结构理论,如图1(k)所示,并基于该理论发展形成了无煤柱自成巷采煤110工法^[29]和N00工法^[26,30],并在多个工程展开应用。

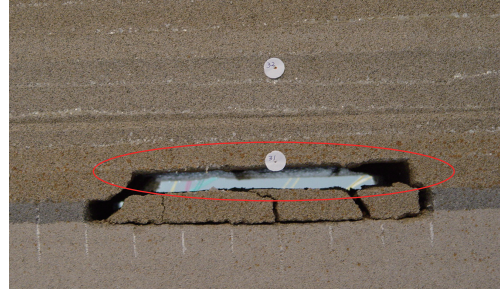
伴随着我国能源产业不断发展与进步,采煤技术与装备取得了长足发展,面对新的能源发展形势,我国学者在“砌体梁”“传递岩梁”理论基础结合工程实际发展提出了适用于不同工况下的岩层移动理论模型,这极大的丰富了我国在基本顶破断理论领域的研究,为我国煤炭开采事业做出了巨大的贡献。

2 煤层开采覆岩采动破断演化力学研究

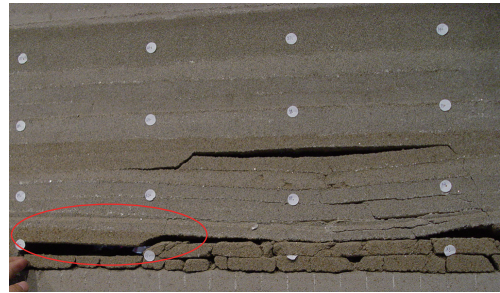
2.1 基本顶破断力学分析及应力迹线

煤炭开采后,首先会导致直接顶和基本顶变形及破坏。通常在工作面开切眼后随着回采工作面推进,当达到基本顶最大跨度极限距离时,此时顶板发生初

次断裂,如图2(a)所示,在这个过程中顶板可以视为简支梁。当顶板初次垮落后,随着工作面不断推进,顶板会出现周期性的垮落,这个时候顶板可视为悬臂梁结构,如图2(b)所示。



(a) 顶板发生初次断裂(简支梁)



(b) 顶板周期性断裂(悬臂梁)

图2 工作面推进过程中岩层移动过程^[31]

Fig.2 Process of rock stratum movement during the advancement of the working face^[31]

通过分析以上相似模拟实验结果及现有的基本顶破断模型发现,基本顶岩层呈近似“拱形”破断,针对此,建立了煤层开采基本顶初次破断(简支梁)和周期破断(悬臂梁)力学模型,从主压应力和主拉应力分布的角度揭示基本顶“拱形”破断机理。根据材料力学得出基本顶初次断裂时形成的固支梁与周期断裂时形成的悬臂梁内任意一点应力状态。

初次断裂为

$$\begin{cases} \sigma_x = \frac{6qy}{h^3}(l^2 - x^2) + \frac{qy}{h}\left(\frac{4y^2}{h^2} - \frac{3}{5}\right) \\ \sigma_y = -\frac{q}{2}\left(1 + \frac{y}{h}\right)\left(1 - \frac{2y}{h}\right)^2 \\ \tau_{xy} = -\frac{6qx}{h^3}\left(\frac{h^2}{4} - y^2\right) \end{cases} \quad (1)$$

周期断裂为

$$\begin{cases} \sigma_x = -\frac{6q}{h^3}x^2y + \frac{qy}{h}\left(\frac{4y^2}{h^2} - \frac{3}{5}\right) \\ \sigma_y = -\frac{q}{2}\left(1 - \frac{3y}{h} + \frac{4y^3}{h^3}\right) \\ \tau_{xy} = -\frac{6qx}{h^3}\left(\frac{h^2}{4} - y^2\right) \end{cases} \quad (2)$$

式中, σ_x 为梁内部水平应力; σ_y 为梁内部垂直应力; τ_{xy} 为梁内部切应力; x, y 为简支梁内任意一点坐标; q 为简支梁所荷载, MPa; l 为简支梁中点距固支端距离, m; h 为简支梁的厚度, m。

当 $q=3$ MPa, 岩层厚度为 20 m 时, 基本顶初次断裂与周期断裂的最大剪应力云图如图 3 所示。

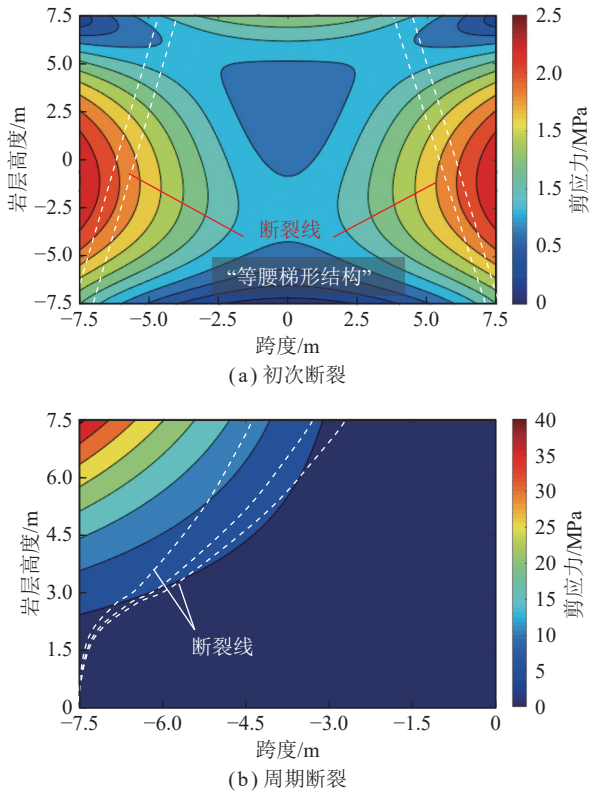


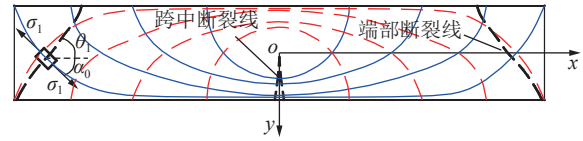
图 3 基本顶断裂主应力分布^[13]

Fig.3 Distribution of principal stress at the basic top fracture^[13]

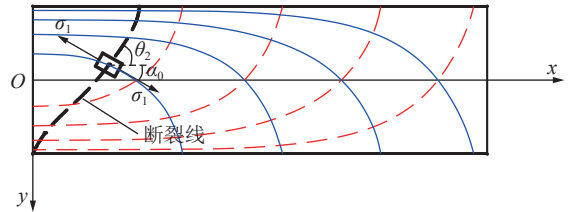
通过式 (1)、(2) 得到基本顶初次断裂和周期断裂力学模型, 获得不同阶段岩层的主应力迹线, 如图 4 所示。而且初次断裂垮落角 θ_1 大于周期断裂垮落角 θ_2 , 由此揭示了煤层上方基本顶“倒漏斗形”破断的力学机理^[12]。其中, σ_1 为主拉应力; α_0 为主拉应力与水平面夹角。

2.2 覆岩关键层的判定及其破断模式

煤层上方直接顶和基本顶的结构形态及其对矿压显现所产生的影响经过多年的研究已经形成了较为系统科学的理论模型, 以“砌体梁”理论和“传递岩梁”理论为代表。直接顶和基本顶破断后, 岩层的变形和破断将会进一步上移, 钱鸣高院士团队进一步提出了关键层理论^[10,32], 揭示了采场矿压显现、基本顶断裂、岩层分层及移动之间的内在关系, 理论解释了煤炭开采过程的矿压显现与岩层移动问题。



(a) 初次断裂主应力迹线与断裂形状



(b) 周期断裂主应力迹线与断裂形状

图 4 初次断裂与周期断裂主应力迹线分布与断裂形状^[12]

Fig.4 Primary fracture and periodic fracture principal stress trace distribution and fracture shape^[12]

2.2.1 关键层的判定方法

在采场直接顶上方存在厚度和强度各不同的多层岩层, 其中存在着一层或者数层厚的坚硬岩层, 这些对采场的岩层移动起着关键作用的坚硬岩层被称为关键层^[32]。根据关键层的定义可知, 基本顶可视为第 1 关键层, 即最下部的关键层。假设将自基本顶往上的岩层依次记为 S_1, S_2, S_3, \dots (图 5)。

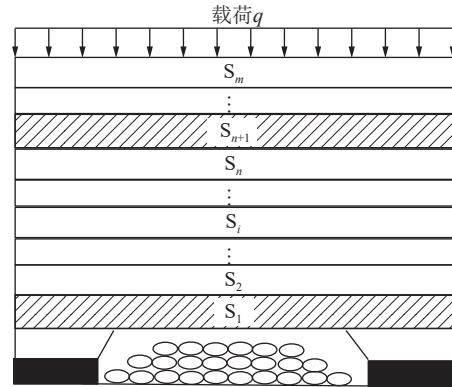


图 5 关键层判别模型

Fig.5 Key stratum discrimination model

假设有 N 层岩层同步协调变形, 则其最下部岩层为关键层, 关键层的受力特征为

$$q_1(x)|_n > q_i(x)|_n \quad (i = 2, 3, \dots, m) \quad (3)$$

式中, $q_1(x)|_n, q_i(x)|_n$ 分别为最下部岩层所荷载与第 i 层岩层所荷载; i 为采场覆岩的层数; m 为采场覆岩总层数。

若第 $n+1$ 层岩层的变形小于第 n 层的变形特征, 第 $n+1$ 层以上的岩层已不再需要其下部岩层去支撑任何荷载为

$$q_1(x)|_{n+1} < q_i(x)|_n \quad (4)$$

$$q_1(x)|_{n+1} = \frac{\left\{ E_{n+1} d_{n+1}^3 \left[\sum_{i=1}^m \rho_i d_i + q_{n+1}(x) \right] \right\}}{\sum_{i=1}^{n+1} E_i d_i^3} \quad (5)$$

式中, $q_1(x)|_{n+1}$ 、 $q_1(x)|_n$ 分别为计算到第 $n+1$ 层时第 1 层关键层所承载荷与第 n 层岩层所承载荷; E_{n+1} 为第 $n+1$ 层岩层弹性模量; d_{n+1} 为第 $n+1$ 层岩层表土层厚度; E_i 为第 i 层岩层弹性模量; d_i 为第 i 层表土层厚度; ρ_i 为第 i 层岩层的密度; $q_{n+1}(x)$ 为第 $n+1$ 层岩层所承载荷。

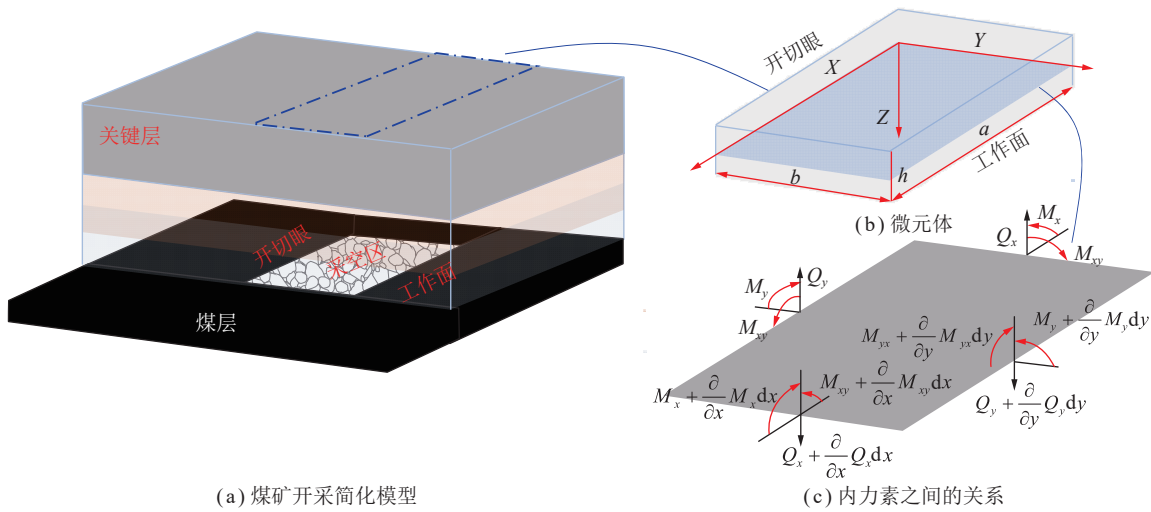
假如第 $n+1$ 层岩层不能控制到第 m 层, 则对 $q_{n+1}(x)$ 仍需采用上式中 $q_1(x)$ 层的载荷进行计算判定, 直至其解能控制到第 m 层为止, 通过计算即可得出上覆岩层中的所有关键层。

2.2.2 关键层破断模式转变及力学判据

在以往的研究中, 厚岩层与薄岩层破断的研究相对独立, 一般基于最大拉应力理论通过薄板理论或梁

理论分析其破断距。但在面对岩层厚度未知的情况下, 中厚板理论^[33]具有较好的适用性, 可以将薄岩层与厚岩层统一起来, 分析其破断规律。基于此, 笔者团队通过岩层破断力学分析、不同厚度岩层破断数值模拟等方法提出了不同厚度关键层破断模式分类及力学判据, 由此将不同厚度关键层的破断模式进行统一描述。

(1) 岩层破断力学模型。为分析不同厚度岩层的破断模式, 采用矩形中厚板短梁函数解法^[33]进行力学分析。首先建立如图 6 所示的岩层破断力学模型, 图 6 (a) 为煤矿开采简化模型, 初次来压阶段的关键层可简化为四边固支岩层, 工作面长度为 $a(\text{m})$; 推进步距为 $b(\text{m})$; 岩层厚度为 $h(\text{m})$ 。图 6 (b) 为关键层的一个微元体。图 6 (c) 展示了 6 个内力素 (M_x 为顶板 Y 方向的弯矩; M_y 为顶板 X 方向的弯矩; M_{xy} 、 M_{yx} 为顶板的不同方向所受扭矩; Q_x 为顶板 Y 方向的剪力; Q_y 为顶板 X 方向的剪力) 之间的关系。



(a) 煤矿开采简化模型

(c) 内力素之间的关系

图 6 岩层破断力学模型^[34]

Fig.6 Fracture mechanics model of rock stratum^[34]

根据模型建立考虑横向剪应力的短梁函数为

$$\begin{cases} w_x = 6kx \left(1 - \frac{x}{p} \right) + 0.5p \left(\frac{x^2}{p^2} - 2\frac{x^3}{p^3} + \frac{x^4}{p^4} \right) \\ \varphi_x = \frac{x}{p} - 3\frac{x^2}{p^2} + 2\frac{x^3}{p^3} \\ w_y = 6jy \left(1 - \frac{y}{b} \right) + 0.5b \left(\frac{y^2}{b^2} - 2\frac{y^3}{b^3} + \frac{y^4}{b^4} \right) \\ \varphi_y = \frac{y}{b} - 3\frac{y^2}{b^2} + 2\frac{y^3}{b^3} \end{cases} \quad (6)$$

式中, p 为工作面长度, m ; b 为推进步距, m ; h 为岩层

厚度, m ; w_x 为沿 X 轴方向的短梁函数; w_y 为沿 Y 轴方向的短梁函数; φ_x 为 X 方向的转角; φ_y 为 Y 方向的转角; $k=(h/a)^2/(5-5\nu)$, $j=(h/b)^2/(5-5\nu)$, ν 为泊松比。

由此可得矩形中厚板的挠度函数和转角函数为

$$\begin{cases} w = ew_x w_y \\ \psi_x = f\varphi_x w_y \\ \psi_y = g\varphi_y w_x \end{cases} \quad (7)$$

式中, w 为挠度; ψ_x 为中厚板在 X 方向的转角; ψ_y 为中厚板在 Y 方向的转角; e 、 f 、 g 为待定系数。

根据中厚板的最小势能原理泛函数, 将式 (6)、(7) 代入式 (8) 得

$$\begin{cases} \Pi = \iint_{\Omega} (U_M + U_Q - qw) d\Omega \\ U_M = \frac{1}{2} D \left[\frac{\partial \psi_x^2}{\partial x} + \frac{\partial \psi_y^2}{\partial y} + 2v \frac{\partial \psi_x}{\partial x} \frac{\partial \psi_y}{\partial y} + \frac{1}{2} (1-v) \left(\frac{\partial \psi_x}{\partial x} \frac{\partial \psi_y}{\partial y} \right)^2 \right] \\ U_Q = \frac{1}{2} C \left[\left(\frac{\partial w}{\partial x} - \psi_x \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \psi_y \right)^2 \right] \end{cases} \quad (8)$$

式中, Π 为总势能; U_M 为应变能; U_Q 为剪力做功; D 为抗弯刚度; C 为抗剪刚度; E 为弹性模量。

令 Π 分别对待定系数 e, f, g 求偏导为

$$\begin{cases} \frac{\partial \Pi}{\partial e} = 0 \\ \frac{\partial \Pi}{\partial f} = 0 \\ \frac{\partial \Pi}{\partial g} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

通过式 (9) 可求得待定系数 e, f, g , 3 个待定系数十分复杂, 在计算中取有限项可以降低运算量。将 e, f, g 代入式 (7) 可得顶板的挠度近似函数和转角近似函数:

$$\begin{cases} w = e \left[6ix \left(1 - \frac{x}{a} \right) + 0.5a \left(\frac{x^2}{a^2} - 2\frac{x^3}{a^3} + \frac{x^4}{a^4} \right) \right] \times \\ \quad \left[6jy \left(1 - \frac{y}{b} \right) + 0.5b \left(\frac{y^2}{b^2} - 2\frac{y^3}{b^3} + \frac{y^4}{b^4} \right) \right] \\ \psi_x = f \left[6jy \left(1 - \frac{y}{b} \right) + 0.5b \left(\frac{y^2}{b^2} - 2\frac{y^3}{b^3} + \frac{y^4}{b^4} \right) \right] \times \\ \quad \left(\frac{x}{a} - 3\frac{x^2}{a^2} + 2\frac{x^3}{a^3} \right) \\ \psi_y = g \left[6ix \left(1 - \frac{x}{a} \right) + 0.5a \left(\frac{x^2}{a^2} - 2\frac{x^3}{a^3} + \frac{x^4}{a^4} \right) \right] \times \\ \quad \left(\frac{y}{b} - 3\frac{y^2}{b^2} + 2\frac{y^3}{b^3} \right) \end{cases} \quad (10)$$

由此可得顶板的内力方程为

$$\begin{cases} M_x = -D \left(\frac{\partial \psi_x}{\partial x} + v \frac{\partial \psi_y}{\partial y} \right) \\ M_y = -D \left(\frac{\partial \psi_y}{\partial y} + v \frac{\partial \psi_x}{\partial x} \right) \end{cases} \quad (11)$$

式中, M_x 为顶板 Y 方向的弯矩; M_y 为顶板 X 方向的弯矩。

$$\begin{cases} Q_x = C \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \psi_x \right) \\ Q_y = C \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \psi_y \right) \\ M_{xy} = -\frac{1}{2} D (1-v) \left(\frac{\partial \psi_x}{\partial y} + \frac{\partial \psi_y}{\partial x} \right) \end{cases} \quad (12)$$

式中, Q_x 为顶板 Y 方向的剪力; Q_y 为顶板 X 方向的剪力; M_{xy} 为顶板的扭矩。

顶板所受拉应力为

$$\begin{cases} \sigma_x = \frac{12M_x}{h^3} z \\ \sigma_y = \frac{12M_y}{h^3} z \\ \sigma_z = -2q \left(\frac{1}{2} - \frac{z}{h} \right)^2 \left(1 + \frac{z}{h} \right) \end{cases} \quad (13)$$

顶板所受剪力为

$$\begin{cases} \tau_{xz} = \frac{3Q_x}{2h} \left[1 - \left(\frac{z}{h/2} \right)^2 \right] \\ \tau_{yz} = \frac{3Q_y}{2h} \left[1 - \left(\frac{z}{h/2} \right)^2 \right] \\ \tau_{xy} = \frac{12z}{h^3} M_{xy} \end{cases} \quad (14)$$

式中, σ_x 为短边拉应力; σ_y 为长边拉应力; σ_z 为竖向拉应力; τ_{xz} 为短边竖向剪力; τ_{yz} 为长边竖向剪力; τ_{xy} 为横向剪应力; z 为顶板内任意一点 Z 轴坐标。

(2) 不同厚度岩层破断模式分类及判据。笔者团队利用陕煤柠条塔矿的地质力学参数, 取岩层厚度为整数, 令岩层的厚度分别为 10、25、40、55 m, 绘制了不同厚度关键层的受力情况, 结果见表 1, 通过计算发现, 当岩层厚度为 10 m 时, 属于临界厚度岩层, 岩层破断主要以张拉破断为主; 当岩层厚度为 25 m 时, 该岩层将作为关键层, 推进至约 120 m 时, 岩层中部的拉应力到抗拉强度, 破断模式也为拉破断; 岩层厚度为 40 m 时, 从表 1 可以明显看到岩层随着推进距离的增加首先发生拉破断, 然后岩层长边产生剪切破断, 最后岩层中部受拉发生破断达到最大跨距, 岩层产生拉剪混合破断; 当关键层厚度达到 55 m 时, 从表 1 可看出, 岩层主要发生剪切破断, 因此该厚度下岩层以剪切破断为主。综上, 随着岩层厚度的增加, 岩层破断力学机制呈现拉破断、拉剪混合破断和剪破断 3 种模式。

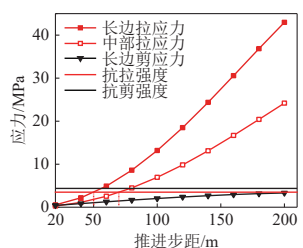
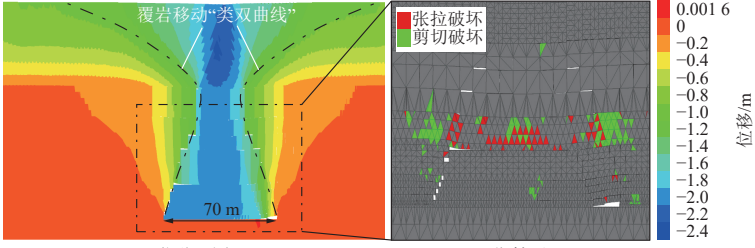
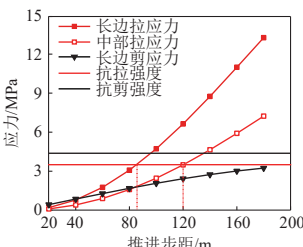
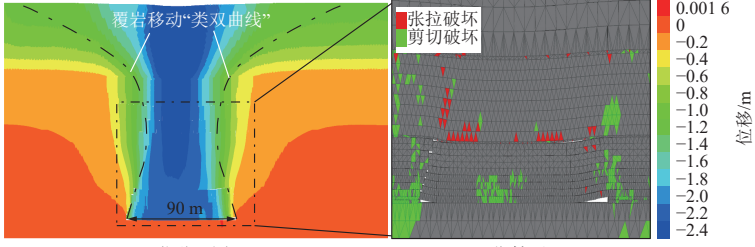
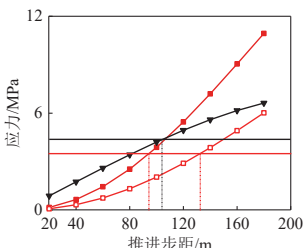
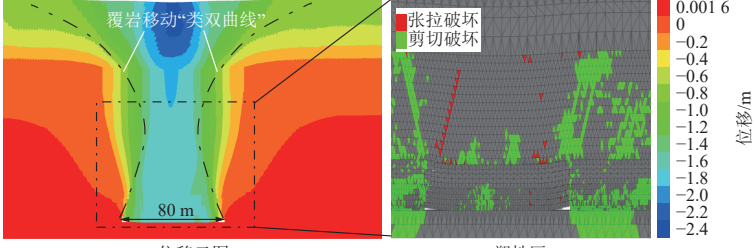
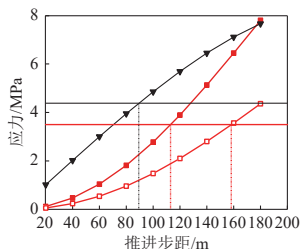
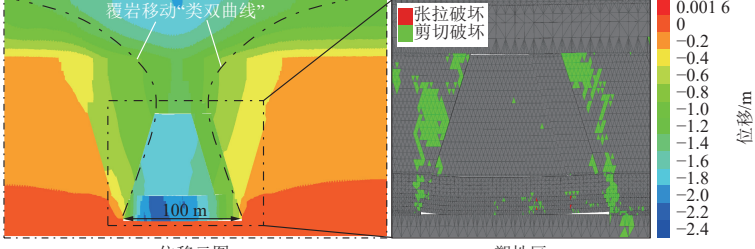
利用 3DEC 软件建立数值计算模型, 进行不同厚度关键层破断模式的数值模拟分析, 数值模拟结果见表 1。当岩层厚度为 10 m 时, 由表 1 塑性区云图可以看出, 岩层的两端和中部出现大量的张拉破坏区, 岩层破断以拉破断为主; 岩层厚度为 25 m 时, 由表 1 塑性区云图可以看出右上部开始出现张拉破坏区, 岩层破断以拉破断为主; 岩层厚度为 40 m 时, 岩层部分区域出现张拉破坏区, 但在岩层右下方位置出现了较为

明显的压剪破坏区,此时岩层破断为拉剪混合破断;当厚度增加至 55 m,在推进过程中,岩层首先出现剪切破坏区,当推进至 100 m 左右时岩层右方出现剪切

破坏区,此时岩层破断以剪切破断为主。综上,随着岩层厚度的增加,剪应力的作用逐渐增强,岩层越容易受到剪应力的影响而发生滑落失稳。

表 1 不同厚度岩层破断受力分析及数值模拟^[34]

Table 1 Stress analysis and numerical simulation of rock layers with different thicknesses during fracture^[34]

岩层厚度/m	破断模式	受力分析	数值模拟结果
10	拉破断	 <p>应力/MPa vs 推进步距/m</p>	 <p>位移云图 塑性区</p>
25	拉破断	 <p>应力/MPa vs 推进步距/m</p>	 <p>位移云图 塑性区</p>
40	拉剪混合破断	 <p>应力/MPa vs 推进步距/m</p>	 <p>位移云图 塑性区</p>
55	剪破断	 <p>应力/MPa vs 推进步距/m</p>	 <p>位移云图 塑性区</p>

3 煤层开采地表移动预测理论方法

煤炭资源被采出之后,采区周围的岩体初始应力平衡被打破,随后会形成新的稳定状态,在形成这个新稳态的过程中,工作面关键顶、采区上方中部岩层及采区上方地表都会产生岩层移动、变形和破坏。

3.1 主关键层对地表沉陷的控制原理

关键层理论认为在采场上覆煤系地层中,对上覆岩层移动变形全部或部分起承载和控制作用的岩层称为关键层,对上覆全部岩层起控制作用的岩层称为主关键层,而对部分岩层起控制作用的为亚关键层,主关键层的破断规律直接影响地表下沉和移动规律^[18]。

煤炭开采造成的地表移动沉陷在本质上是力学问题,各岩层力学属性及特征差异导致不同的极限跨距及破断角度。主关键层作为采场上覆岩层中受到损伤最少的岩层,因此,主关键层的稳定性将对地表移动沉陷起着关键控制作用^[10]。

图 7 展现了关键层对于地表移动沉陷的控制全过程,图 7(a) 可以看出亚关键层 (SKS) 控制着其上方与主关键层 (PKS) 之间的岩层;随着推进距离增大,图 7(b) 显示亚关键层破断导致其上方岩层断裂下沉,进而造成主关键层下离层;从图 7(c) 可以看出主关键层控制着其上方到地表的岩层;随着工作面继续推进,最终主关键层破断,主关键层破断后地表则会发生移动沉陷,如

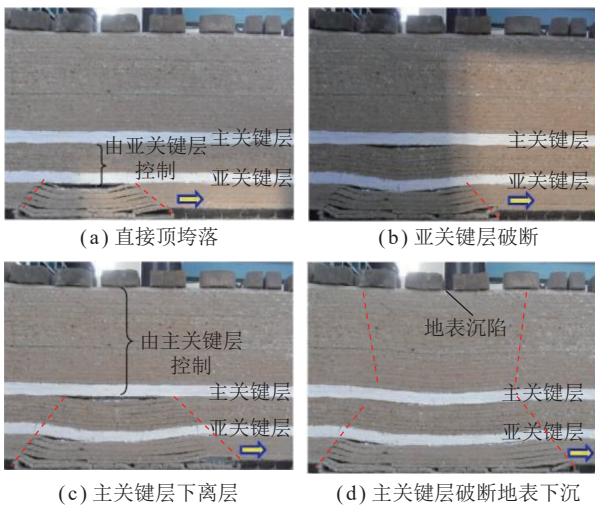


图 7 关键层对上覆岩层移动沉陷的控制作用^[35]

Fig.7 Control effect of key strata on movement and subsidence of overlying strata^[35]

图 7(d) 所示。从图 7(d) 可以明显看出主关键层下垮落呈现“倒漏斗形”，主关键层上移动沉降呈“漏斗形”。

文献[36-37]采用实验、现场实测和数值模拟等手段揭示了关键层对其上覆岩层和地表移动沉陷起着控制作用，研究认为主关键层的破断将导致上覆岩层同步破断和地表快速下沉，地表下沉速度随主关键层的周期破断而变化，以上研究为后续地表移动沉陷预计研究提供了新的研究方法和思路。随后，出现了众多基于关键层理论对地表移动沉陷控制技术的研究。文献[38-41]基于关键层理论对充填技术控制地表移动沉陷展开研究，结果表明充填开采技术能有效控制地表沉陷；文献[42-45]基于关键层理论对离层注浆控制地表沉陷技术进行研究，研究表明离层注浆技

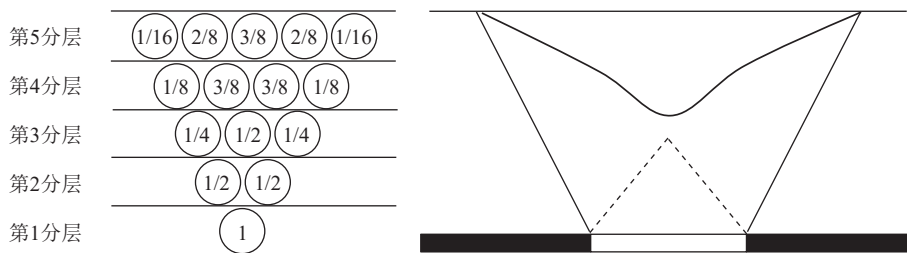


图 8 概率积分法示意^[11]

Fig.8 Schematic diagram of probability integration method^[11]

刘天泉等^[55-56]对水平煤层、缓倾斜煤层、急倾斜煤层开采引起的覆岩破坏与地表移动规律作了深入的研究，提出了导水裂隙带概念，建立了垮落带与导水裂隙带计算公式。何国清等^[57]建立了碎块体理论，确定了地表沉陷的威布尔分布密度的最佳影响函数。张玉卓等^[58-59]利用连续介质力学理论建立位错理论，并基于该理论设计了通用程序 TSHD。邓喀中等^[60-62]建立了开采沉陷的结构效应。何万龙等^[63-67]总结出

术能显著控制开采地表沉陷。

3.2 地表移动预测理论发展过程

早在 15 世纪，比利时就曾要求在列日城下开采时，开采深度不得小于 100 m。后期随着开采沉陷的加重，比利时组成专门委员会对列日城受采矿影响而引起的破坏进行调查，形成了最初有关开采沉陷研究的“垂线理论”，后经学者哥诺发展提出“法线理论”。法国人法约尔利用几何模型展开研究，提出了开采沉陷的“拱形理论”。以上这些成果都是建立在简单、直观的几何图形之上，对于岩体的力学特性未予以考虑，不能描述地表沉陷的本质过程，随着对地表沉陷的研究愈发的深入，学者们开始利用力学方法和数学方法展开研究。苏联学者阿威尔申应用数学塑性理论提出了下沉剖面方程呈指数函数形式，及水平移动与地表倾斜成正比的著名论点。波兰学者布德雷克和克诺特^[46]提出了几何理论，得出了正态分布的影响函数。波兰学者李特维尼申^[47]提出了随机介质理论将岩层移动视为随机过程。南非的沙拉蒙^[48-49]应用弹性理论提出了面元原理，将连续介质力学与影响函数法相结合，为现在的边界单元法奠定了基础。我国自 20 世纪中期，开始研究开采沉陷规律及开采沉陷的现场实际观测工作。研究工作主要有，用各种数学函数描述地表的下沉曲线、条带开采地表下沉移动规律、利用数值模拟方法开展沉陷研究、利用力学方法对岩层的力学性质展开分析研究岩层力学性质对地表沉陷的影响以及覆岩中的结构对地表沉陷的影响等。其中最具有代表性的成果有刘宝琛院士^[11,50-54]将随机介质理论引入我国，并发展为概率积分法如图 8 所示，概率积分法至今已成为预计开采沉陷的主要方法。

山区开采地表移动规律及开采沉陷预计计算公式；崔希民等^[68]基于流变理论建立了覆岩与地表移动变形的黏塑性模；李增琪^[69]应用积分变换法推导出层状岩层移动的解析解；于广明等^[70-71]运用分形几何理论及损伤力学理论分析岩层物理力学性质与地表沉陷的联系，为研究开采沉陷提供了新思路。进入 21 世纪，随着计算机技术的快速发展，数值模拟技术广泛应用于开采地表沉陷研究领域，许家林等^[37]采用离散元软

件对关键层和表土层耦合关系展开研究成为数值模拟研究的早期代表;范钢伟等^[72]采用 RFPA 研究了神东矿区煤矿的岩层移动规律,认为上覆岩层、地表同步移动的特点;杨建立等^[73]通过不连续变形分析 DDA 软件研究不同开采地质条件下的地表沉陷规律。

通过以上回顾可看出(图 9),国外学者对于地表移动预测开始研究较早,最早采用简单的几何模型对地表移动预测进行研究,虽然研究模型较为简单,但是也为后来地表移动预测理论发展奠定了一定的研究基础。

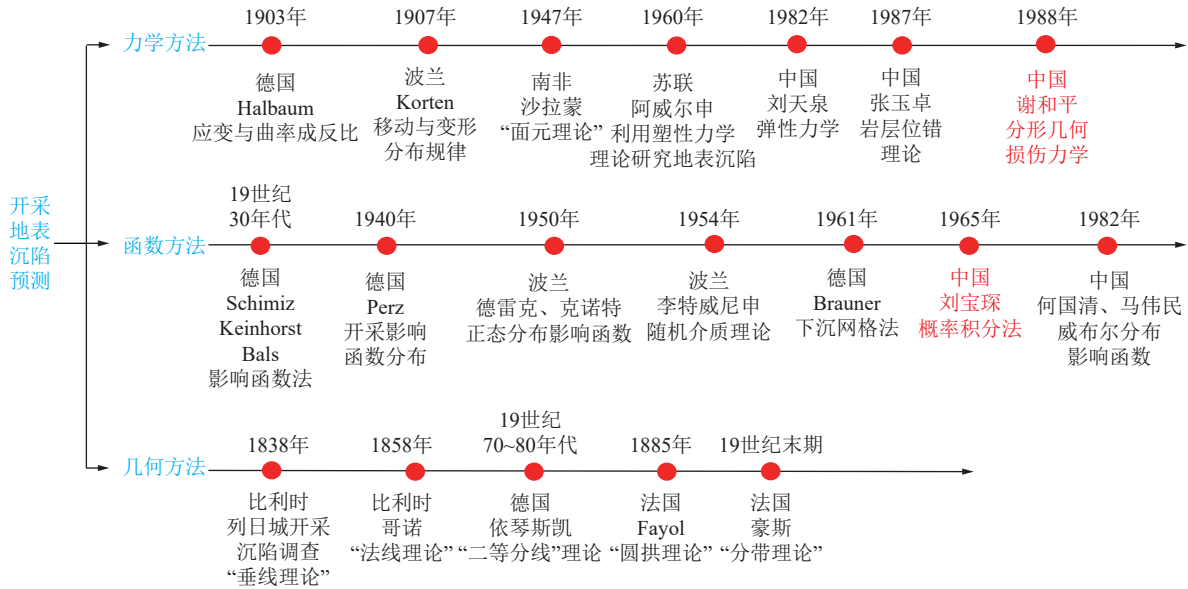


图 9 地表移动预测理论发展图谱

Fig.9 Development Atlas of surface movement prediction theory

随着经济社会的不断发展,世界各国不断地调整自己国家的能源结构,国外许多国家煤炭产量减少,对于开采地表移动预测的研究逐渐停滞,而我国能源资源禀赋特征决定,煤炭仍为主体能源,因此对于煤炭开采引起的地表移动问题越来越重视,监测手段、监测数据的不断发展和完善使得越来越多的学者采用影响函数的方法展开研究其中最具有代表性的就是刘宝琛院士提出的概率积分法,刘宝琛经过严密的数学推导建立了地表沉陷概率积分法,该方法广泛应用于煤矿开采地表沉陷预计成为我国地表沉陷领域的重大突破,但刘宝琛^[11]也指出开采地表沉陷是力学问题,概率积分法对岩层移动力学解释不足,且对急倾斜煤层和厚松散层问题适用性不佳。随后众多学者利用力学方法和手段研究开采地表移动预测,但力学模型分析经过许多的简化处理后的理想状态下的模型,并且各有主要的针对性,因此力学分析所建立的模型仅在相符的条件下才能得到很好的运用,而在不同的地质条件下将失去其普适性。因此刘宝琛^[11]提出应采用力学与数学相结合的方法继续展开研究。

4 采动覆岩整体移动“类双曲线(面)”模型

通过对于岩层移动研究的回顾,可以发现关于岩层移动的研究重点主要集中在 3 个区域:① 在仅邻煤

层上方直接顶和基本顶的破断和移动规律;② 离煤层较远的主要承载的关键层;③ 离煤层最远处地表移动预测理论与方法。

回顾研究发展进程可以发现许多学者专家都对 3 个区域的变形和破坏做出了非常有意义的研究,但是目前开展的研究彼此之间联系较少相对独立,缺乏一个能够从地下至地表整体描述的统一模型,据此笔者团队基于“关键层”理论将这 3 个区域建立起联系,在钱鸣高院士的指导下建立了采动岩层整体移动的“类双曲线”模型^[12,14-15],希望能将受到煤层采动影响的 3 个区域的岩层建立起联系,从而更精准反映地下至地面受采动影响的整体变形及移动规律。

4.1 岩层整体移动二维“类双曲线”模型

许多工程实践经验及相似模拟实验表明,煤炭开采造成的地表移动沉陷呈现“漏斗型”,而煤层上方基岩呈现“倒漏斗型”^[74-75],如图 10 所示。

针对采区地表移动沉陷研究,从力学角度建立起厚松散层剪切滑移移动力学模型,如图 11 所示。分析主关键层上部红色区域不稳定岩体的受力情况。潜在滑移面上的正应力 σ_n 与剪应力 τ_s 为

$$\begin{cases} \sigma_n = \frac{F_\tau \cos \beta + W \cos \beta - U - V \sin \beta}{A} \\ \tau_s = \frac{F_\tau \sin \beta + W \sin \beta + V \cos \beta}{A} \end{cases} \quad (15)$$

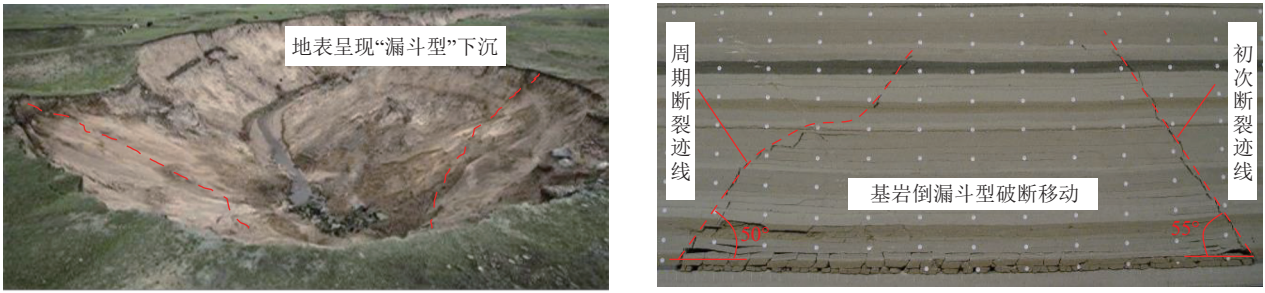


图 10 不同位置岩层移动模式

Fig.10 Strata movement patterns at different locations

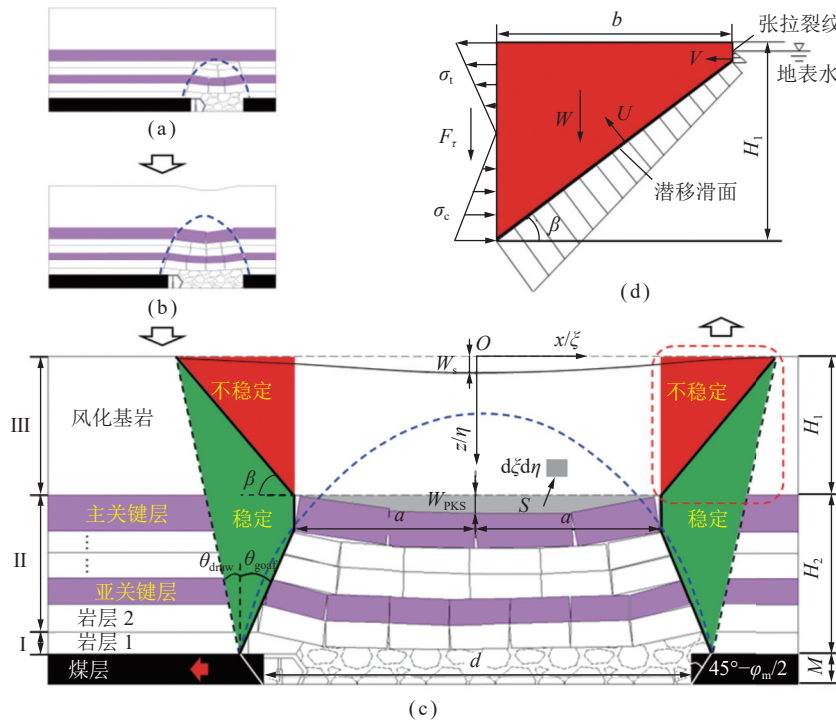


图 11 关键层上部岩层破坏力学分析^[14]

Fig.11 Mechanical analysis of soft layers above primary key stratum^[14]

式中, W 为不稳定岩体的重力; U 和 V 分别为地下水作用在潜在滑移面和地表张拉裂隙上面的力; F_τ 为剪切力; σ_t 和 σ_c 分别为由于岩层弯曲在垂直截面上产生的拉应力和压应力; $A = \frac{H_1 - Z_C}{\sin \beta}$; H_1 为主关键层上部岩层厚度, m; H_2 为主关键层及下部基岩的厚度, m; M 为煤层厚度, m; Z_C 为地表张拉裂隙的深度, m; β 为潜在滑移面的倾角, ($^\circ$)。

潜在滑移面上的滑动抵抗力为

$$F_{\text{resisting}} = \tau A = cA + (F_\tau \cos \beta + W/\cos \beta - U - V \sin \beta) \tan \varphi \quad (16)$$

式中, τ 为莫尔-库伦强度准则, 滑移面上的切应力; c 为不稳定岩块黏聚力; φ 为莫尔-库伦强度准则中不稳定岩块内摩擦角。

潜在滑移面上的滑动驱动力为

$$F_{\text{driving}} = \tau_s A = F_\tau \sin \beta + W \sin \beta + V \cos \beta \quad (17)$$

随后引入安全系数 F_s 来衡量红色不稳定岩体的稳定性, 安全系数为滑动抵抗力与滑动驱动力的比值为

$$F_s = \frac{F_{\text{resisting}}}{F_{\text{driving}}} = \frac{cA + (F_\tau \cos \beta + W \cos \beta - U - V \sin \beta) \tan \varphi}{F_\tau \sin \beta + W \sin \beta + V \cos \beta} \quad (18)$$

当 $F_s=1$ 时, 不稳定岩体处于临界状态, 可得主关键层上漏斗型移动边界倾角。通过以上分析揭示了地表厚松散层“漏斗型”的移动力学机理。

基于以上所建立的模型及力学分析, 以关键层理论为基础, 将煤层上方基岩破断移动“倒漏斗型”模型与地表覆岩移动沉陷“漏斗型”模型统一描述, 认为充分采动条件下厚松散层覆岩的整体移动表现出“类双曲线”特征, 如图 12 所示, 并且“类双曲线”模型的顶点大约位于覆岩破坏损伤最少的关键层位置。“类双

曲线”模型采用力学的方法揭示了煤层上方基本顶破断与地表移动沉陷的力学机理,将受采动影响的地下岩层移动和地表沉陷两个研究相对独立的个体有机地统一成一个整体,来描述采动覆岩由井下至地表的整体移动规律。

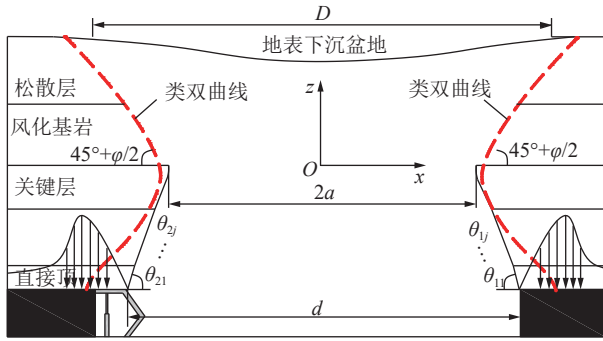


图 12 厚松散层覆岩整体移动“类双曲线”模型^[12]

Fig.12 Analogous hyperbola movement model of overlying strata with thick alluvium^[12]

4.2 岩层移动内外“类双曲线”整体模型

4.1 节将厚松散层开采地表沉降和岩层移动建立联系,建立了采动岩层整体移动模型^[12,14-15],并将模型拓扑演化使其更具普适性。刘宝琛^[11]指出在开采沉陷问题的研究中需要将力学方法和几何学方法结合起来,鉴于此,笔者团队^[12]以采动岩层整体移动“类双曲线”模型为基础,通过力学与数学相结合的方法建立了厚松散层近水平煤层开采整体岩层移动与地表沉降内、外“类双曲线”整体模型并分析了内、外“类双曲线”的共轭条件^[13]。其中外“类双曲线”指的是完全采动岩层整体移动“类双曲线”模型,在工作面的中垂线近似“左右”对称。外“类双曲线”模型表达式为

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{b^2} = 1 \quad (19)$$

式中, a 为关键层破断长度的一半; $a = \left(d - \sum_{j=1}^i \cot \theta_{1j} h_j - \sum_{j=1}^i \cot \theta_{2j} h_j \right) / 2$; $b = aH / \sqrt{\left[a + \int_0^H \cot(45^\circ + \varphi/2) dH \right]^2 - a^2}$; d 为工作面的推进距离; $\theta_{1j} h_j$ 、 $\theta_{2j} h_j$ 为不同基岩的初次垮落角和周期垮落角; H 为松散层高度; h_j 为每层基岩的厚度。

若不考虑岩性变化、不良地质构造以及开采方式等因素,在厚松散层水平煤层开采条件下,以关键层为基础建立坐标系,内“类双曲线”以关键层为轴近似“上下”对称,如图 13 所示,据此建立岩层移动与地表沉降“类双曲线”模型能体现出阶段差异,能够较好地描述地表沉降与岩层移动的整体关系。

厚松散层水平煤层开采岩层移动与地表沉降内“类双曲线”整体模型表达式为

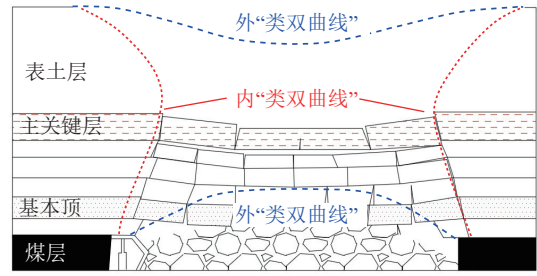


图 13 岩层移动与地表沉降内外“类双曲线”整体移动模型^[13]

Fig.13 Inside and outside analogous hyperbola model of strata movement and surface subsidence^[13]

$$\frac{z^2}{m^2} - \frac{x^2}{n^2} = 1 \quad (20)$$

式中, m 、 n 为双曲线的实轴和虚轴长。

将 $\left(a + \int_0^H \cot(45^\circ + \frac{\varphi}{2}) dH, H_t/2 \right)$ 、 $(d/2, -H_t/2)$ 代入至双曲线模型,可以得到内“类双曲线”模型 m 、 n 的物理参数意义为

$$m = \sqrt{\frac{\frac{1}{4}d^2 H_t^2 - H_t^2 \left[a + \int_0^H \cot(45^\circ + \frac{\varphi}{2}) dH \right]^2}{d^2 - 4 \left[a + \int_0^H \cot(45^\circ + \frac{\varphi}{2}) dH \right]^2}} \quad (21)$$

$$n = \frac{Dm}{2\sqrt{\frac{1}{4}H_t^2 - m^2}} \quad (22)$$

式中, H_t 为煤层埋深, $H_t = H + \sum_{i=1}^m h_i$ 。

4.3 岩层移动“类双曲线”模型拓扑演化

4.3.1 不同覆岩条件下岩层移动“类双曲线”模型演化

相似模拟实验与工程现场实践表明,受采动影响覆岩的移动与岩层的力学性质有很密切的关系。据此,笔者将“类双曲线”模型拓扑演化,建立起针对不同地质条件下采动覆岩整体移动“类双曲线”模型,如图 14 所示。图 14(a) 为关键层以上的岩层中存在坚硬岩层的“硬类双曲线”模型;图 14(b) 为关键层以上岩层中均为较软岩层的“软类双曲线”模型;图 14(c) 为岩层中不存在关键层的覆岩移动“类漏斗型”模型,并理论推导出 3 类模型对应的地表沉降预测方程及覆岩内部破断移动边界的预测方程^[15],如式 (23)~(28) 所示。

“硬类双曲线”地表移动沉陷预测方程为

$$w_{S_1}(x) = \iint_{S_1} w_c(x) = \int_{-a}^a \int_{H_1-h_s}^{H_1-h_s+W_{PKS}} \frac{\tan \beta}{\eta} \times \exp\left(-\frac{\pi \tan^2 \beta}{\eta^2} (x-\xi)^2\right) d\xi d\eta \quad (23)$$

式中, ξ 为微单元体在局部坐标系 (ξ, η) 中的横坐标;

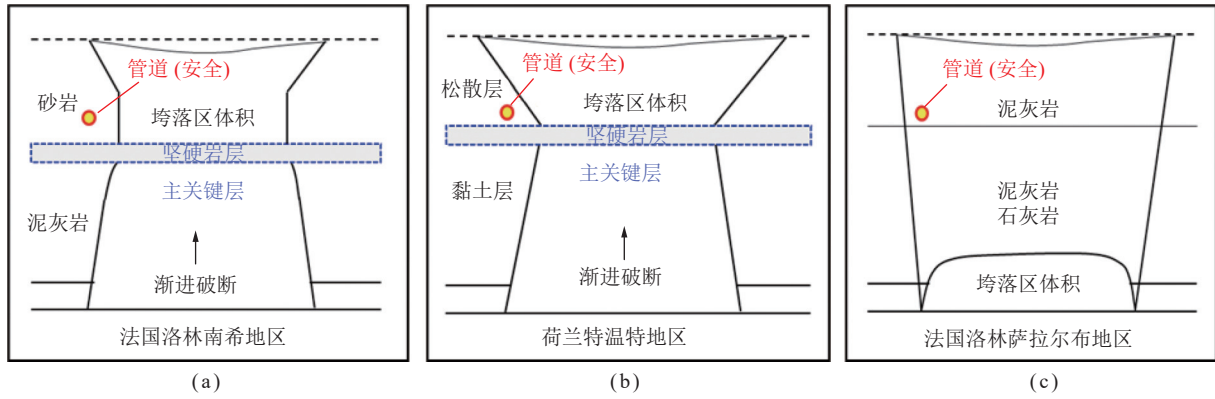


图 14 不同地质条件下“类双曲线”模型示意^[15]

Fig.14 Schematic diagram of “Analogous hyperbola” model under different geological conditions^[15]

w_e 为每个下沉微单元体所造成的地表沉陷值。

边界预测方程为

$$\begin{cases} z_1 = \pm \cot \theta_{\text{goaf}} x + b_1, H_1 + h_{\text{PKS}} \leq z \leq H \\ x = \pm a, H_1 - h_d \leq z \leq H_1 + h_{\text{PKS}} \\ z_2 = \pm \tan(\beta x) + b_2, 0 \leq z \leq H_1 - h_s \end{cases} \quad (24)$$

式中, $b_1 = H - \cot \theta_{\text{goaf}} \left[\frac{d}{2} + M \tan \left(45^\circ - \frac{\varphi_m}{2} \right) \right]$; $b_2 = H_1 - h_s + \tan \beta \left[\frac{d}{2} + M \tan \left(45^\circ - \frac{\varphi_m}{2} \right) - H_2 \tan \theta_{\text{goaf}} \right]$; S_1 为第 $i+2$ 层岩层的下沉面积, m^2 ; W_{PKS} 为主关键层的下沉量, m ; a 为主关键层破断宽度的一半, m ; β 为潜在滑移面的倾角, $(^\circ)$; $\xi = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi_m}{2}$; d 为采空区的宽度, m ; M 为煤层厚度, m ; φ_m 为煤层的内摩擦角, $(^\circ)$; h_{PKS} 为主关键层的厚度, m ; h_s 为主关键层上部未发生“漏斗形”移动的较坚硬岩层厚度, m ; H 为地表至煤层距离, m ; H_1 为主关键层上部岩层的厚度, m ; H_2 为主关键层及其下部基岩的厚度, m ; θ_{goaf} 为采空区垮落角度, $(^\circ)$ 。

“软类双曲线”地表移动沉陷预测方程为

$$w_{S_2}(x) = \iint_{S_2} w_e(x) = \int_{-a}^a \int_{H_1}^{H_1+W_{\text{PKS}}} \frac{\tan \beta}{\eta} \times \exp \left(-\frac{\pi \tan^2 \beta}{\eta^2} (x-\xi)^2 \right) d\xi d\eta \quad (25)$$

边界预测方程为

$$\begin{cases} z_1 = \pm \cot \theta_{\text{goaf}} x + b_1, H_1 + h_{\text{PKS}} \leq z \leq H \\ x = \pm a, H_1 \leq z \leq H_1 + h_{\text{PKS}} \\ z_3 = \pm \tan(\beta x) + b_3, 0 \leq z \leq H_1 \end{cases} \quad (26)$$

式中, $b_3 = H_1 + \tan \beta \left[\frac{d}{2} + M \tan \left(45^\circ - \frac{\varphi_m}{2} \right) - (H_2 - h_{\text{PKS}}) \times \tan \theta_{\text{goaf}} \right]$ 。

“类漏斗型”地表移动沉陷预测方程为

$$w_{S_3}(x) = \iint_{S_3} w_e(x) = \int_{-d/2}^{d/2} \int_H^{H+M} \frac{\tan \beta}{\eta} \times \exp \left[-\frac{\pi \tan^2 \beta}{\eta^2} (x-\xi)^2 \right] d\xi d\eta \quad (27)$$

边界预测方程为

$$z_4 = \pm \tan(\beta x) + b_4 \quad (28)$$

式中, $b_4 = H + \tan \beta \left[\frac{d}{2} + M \tan \left(45^\circ - \frac{\varphi_m}{2} \right) \right]$ 。

随着关键层的厚度的减小及力学特性减弱,“类双曲线”模型将会产生从“硬类双曲线”→“软类双曲线”→“类漏斗型”的演化特征规律。

4.3.2 不同倾角煤层条件下岩层移动“类双曲线”模型演化

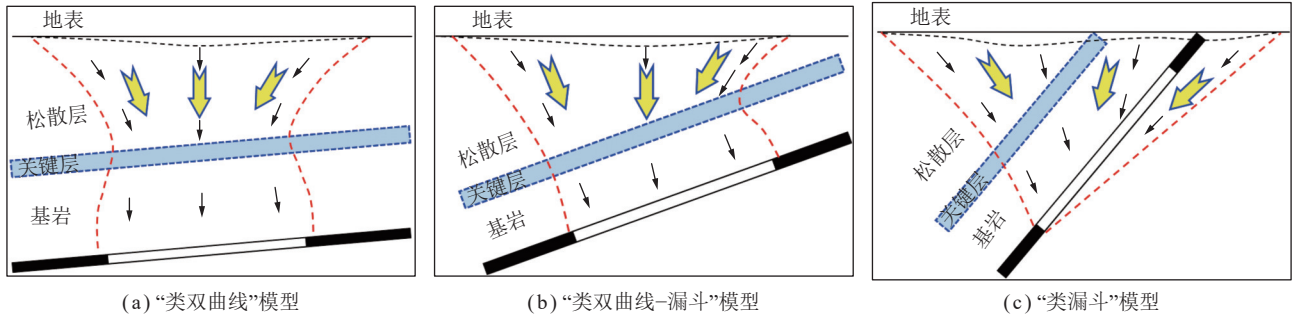
我国大倾角煤层储量丰富,且多为优质煤种,但是大倾角煤层覆岩移动控制方法和技术成为制约大倾角煤层开采的关键难题^[76]。目前,大多数的地表沉陷预测方法和模型都是经验性的只适用于近水平煤层开采,因此笔者团队基于采动覆岩整体移动“类双曲线”模型建立了倾斜煤层开采地表沉陷预测理论,如图 15 所示。

笔者团队将“类双曲线”模型拓扑演化为:考虑煤层倾角的“类双曲线”模型(图 15(a))、“类双曲线-漏斗”模型(图 15(b))及“类漏斗”模型(图 15(c)),并给出了 3 种模型的地表沉陷预测公式^[77]。

考虑煤层倾角的“类双曲线”模型与“类双曲线-漏斗”模型地表移动沉陷预测公式

$$W_S(x) = q_s \iint_{S_{\text{PKS}}} W_e(x+\Delta) = -q_s \times \int_{H_{\text{PKS}}}^{H_{\text{PKS}}+W_{\text{PKS}}} \int_{-b_{\text{lower}} \cos \alpha}^{b_{\text{upper}} \cos \alpha} \frac{1}{r} \exp \left(-\frac{\pi}{r^2} (x+\Delta-\xi)^2 \right) d\xi d\eta \quad (29)$$

式中, W_S 为煤层开采引起的地表沉陷, m ; q_s 为岩层载荷, kN/m ; S_{PKS} 为主关键层下离层区面积, m^2 ; H_{PKS} 为主关键层深度, m ; W_{PKS} 为主关键层下沉量, m ; b_{upper} 为双曲线上边界内不稳定岩块至垮落区中点垂线的

图 15 不同倾角煤层“类双曲线”模型演化^[77]Fig. 15 Evolution of “Analogous hyperbola” model in coal seams with different dip angles^[77]

距离, m; b_{lower} 为双曲线下边界内不稳定岩块至垮落区中点垂线的距离, m; r 为地表沉降影响半径, m; Δ 为最大沉降横向位移距离, m。

“类漏斗”模型地表移动沉陷预测公式为

$$\begin{cases} W_s(x) = W_r(x) + W_f(x) \\ W_r(x) = q_s \iint_{S_r} W_c(x + \Delta_r) = -q_s \times \\ \iint_{S_r} \frac{1}{r_r^2} \exp\left[-\frac{\pi}{r_r^2}(x + \Delta_r - \xi)^2\right] d\xi d\eta \\ W_f(x) = q_{s_f} \iint_{S_f} W_c(x - \Delta_f) = -q_{s_f} \times \\ \iint_{S_f} \frac{1}{r_f^2} \exp\left[-\frac{\pi}{r_f^2}(x + \Delta_f - \xi)^2\right] d\xi d\eta \end{cases} \quad (30)$$

其中, W_r 为顶板垮落引起的地表下沉量, m; W_f 为底板垮落引起的地表下沉量, m; q_s 为顶板岩层载荷, kN/m; q_{s_f} 为底板岩层载荷, kN/m; S_r 为顶板垮落面积, m^2 ; S_f 为底板垮落面积, m^2 ; r_r 和 r_f 分别为顶板和底板垮落引起的地表沉陷影响半径, m; Δ_r 、 Δ_f 分别为顶板、底板垮落引起的最大沉降横向位移距离, m。该理论考虑了不同煤层倾角地表移动沉陷预测, 全面描述了地表移动沉陷的形态和演化过程, 该理论是对关键层理论的进一步发展和应用。

4.4 岩层移动全空间三维“类双曲面”模型

在二维的角度将煤层上覆岩层移动与地表沉陷建立起联系, 通过力学、数学方法分析建立起了厚松散层完全采动岩层移动“类双曲线”、内外“类双曲线”模型^[12-15]。煤矿开采的实质是在地下立体空间内煤岩体的采掘活动, 为了更直观地描述煤层采动上覆岩层至采场地表的空间移动特征, 须将采动岩层移动在三维空间进行表征。鉴于此, 笔者团队将二维“类双曲线”模型进一步拓扑演化, 建立了岩层移动全空间三维“类双曲面”模型^[16]。该模型是基于关键层理论与采动岩层整体移动“类双曲线”模型, 从数学解析几何的角度出发, 结合实际工况赋予代数方程明确的工程物理意义所建立。

4.4.1 采动岩层空间“类单叶双曲面”模型

在空间上采动岩层移动边界为近似的单叶双曲面形状, 利用单叶双曲面的标准方程来近似表示空间采动岩层的整体位移边界为

$$\frac{x^2}{k^2} + \frac{y^2}{p^2} - \frac{z^2}{r^2} = 1 \quad (31)$$

式中, k 为 x 方向主关键层破断长度的一半; p 为 y 方向主关键层破断长度的一半; r 为工作面煤层到地面高度的一半。

将 $\left[\frac{1}{2}\left(d_i - \sum_{i=1}^m \cot \theta_{1i} h_i - \sum_{i=1}^m \cot \theta_{2i} h_i\right), 0, 0\right]$ 、 $\left[0, \frac{1}{2}\left(d_j - \sum_{j=1}^m \cot \theta_{1j} h_j - \sum_{j=1}^m \cot \theta_{2j} h_j\right), 0\right]$ 及 $\left(a + \int_0^H \cot\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) dH, 0, H\right)$ 代入方程 (31), 可以得出“类单叶双曲面”模型的物理参数为

$$\begin{aligned} k &= \frac{1}{2} \left(d_i - \sum_{i=1}^m \cot \theta_{1i} h_i - \sum_{i=1}^m \cot \theta_{2i} h_i \right) \\ p &= \frac{1}{2} \left(d_j - \sum_{j=1}^m \cot \theta_{1j} h_j - \sum_{j=1}^m \cot \theta_{2j} h_j \right) \\ r &= \frac{\mu H}{\mu + \int_0^H \cot\left(45^\circ + \frac{\varphi(H)}{2}\right) dH} \end{aligned}$$

式中, μ 为任意剖面方向顶点到坐标原点的距离; d_i 为工作面推进距离; d_j 为工作面布置长度; H 为松散层厚度; $h_i = h_j$ 为基岩中岩层的厚度; θ_{1i} 、 θ_{2i} 分别为 x 方向基岩中不同岩层的初次跨落角和周期跨落角; θ_{1j} 、 θ_{2j} 分别为 y 方向基岩中不同岩层的初次跨落角和周期跨落角; $\varphi(H)$ 为随松散层深度 H 变化的厚松散层内摩擦角; D_i 与 D_j 分别为 x 方向和 y 方向的地表沉陷范围; x 、 y 、 z 分别为工作面推进方向、工作面布置方向以及埋深方向。

借助“平行截割法”^[78]利用一族平行平面来截割模型, 对“类单叶双曲面”模型展开进一步分析见表 2。

表 2 平行截割“类单叶双曲面”模型^[16]

Table 2 Stress analysis and numerical simulation of rock layers with different thicknesses during fracture^[16]

平行截割	第1组	第2组	第3组
截面位置	$z=0$	$x=0$	$y=0$
坐标平面	$\begin{cases} \frac{x^2}{k^2} + \frac{y^2}{p^2} = 1 \\ z=0 \end{cases}$	$\begin{cases} \frac{y^2}{p^2} - \frac{z^2}{r^2} = 1 \\ y=0 \end{cases}$	$\begin{cases} \frac{x^2}{k^2} - \frac{z^2}{r^2} = 1 \\ y=0 \end{cases}$
截面位置	$z=h$	$x=h$	$y=h$
方程	$\begin{cases} \frac{x^2}{k^2} + \frac{y^2}{p^2} = 1 - \frac{h^2}{r^2} \\ z=n \end{cases}$	$\begin{cases} \frac{y^2}{p^2} - \frac{z^2}{r^2} = 1 - \frac{x^2}{k^2} \\ x=h \end{cases}$	$\begin{cases} \frac{x^2}{k^2} - \frac{z^2}{r^2} = 1 - \frac{h^2}{p^2} \\ y=n \end{cases}$
任意平面	$ h < 0$	$ h < k$	$ h < p$
截面图	$ h =0$	$ h =k$	$ h =p$
	$ h > 0$	$ h > k$	$ h > p$

4.4.2 采动岩层空间“类双叶双曲面”模型

以关键层为基础建立坐标系, 建立空间立体“类双叶双曲面”模型来描述地表沉陷曲面与煤层顶板垮落拱曲面, 用双叶双曲面的标准方程近似表示为

$$\frac{x^2}{w^2} + \frac{y^2}{s^2} - \frac{z^2}{t^2} = -1 \quad (32)$$

将 $\left[a + \int_0^H \cot\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) dH, 0, \frac{H_t}{2} \right]$ 与 $\left[a + \int_0^H \cot\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) dH, 0, -\frac{H_t}{2} \right]$ 代入方程 (32), 可以得出“类双叶双曲面”模型的物理参数为

$$w = \frac{t \left[a + \int_0^H \cot\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) dH \right]}{\sqrt{\frac{1}{4} H_t^2 - t^2}}$$

$$s = \frac{t \left[a + \int_0^H \cot\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) dH \right]}{\sqrt{\frac{1}{4} H_t^2 - t^2}}$$

$$t = \sqrt{\frac{\frac{1}{4} d^2 H_t^2 \left[a + \int_0^H \cot\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) dH \right]^2}{d^2 - 4 \left[a + \int_0^H \cot\left(45^\circ + \frac{\varphi}{2}\right) dH \right]^2}}$$

式中, t 为地表沉陷最低点到主关键层的垂直距离; H_t 为煤层埋深。

同样借助“平行截割法”利用一族平行平面来截

割模型, 对“类双叶双曲面”模型展开进一步分析见表 3。

4.4.3 三维空间模型退化分析

当 $y=0$ 时, 类单叶双曲面退化为二维类双曲线为

$$\begin{cases} \frac{x^2}{k^2} - \frac{z^2}{r^2} = 1 \\ y=0 \end{cases} \quad (33)$$

符合文献提出的厚松散层岩层移动边界外“类双曲线”模型^[13], 其中 k 等价于 a , r 等价于 b 。同理, 在 $x=0$ 时, 类单叶双曲面退化为二维类双曲线为

$$\begin{cases} \frac{y^2}{p^2} - \frac{z^2}{r^2} = 1 \\ x=0 \end{cases} \quad (34)$$

其中, p 为沿工作面的布置方向。当 $y=0$ 时, 类双叶双曲面退化为二维类双曲线。

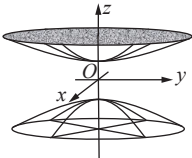
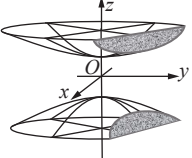
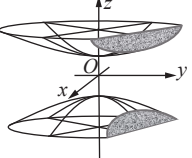
$$\begin{cases} \frac{z^2}{t^2} - \frac{x^2}{w^2} = 1 \\ y=0 \end{cases} \quad (35)$$

符合文献提出的岩层移动与地表沉降内“类双曲线”模型^[13], t 等价于 m , w 等价于 n 。同理, 在 $x=0$ 时, 类双叶双曲面退化为二维类双曲线

$$\begin{cases} \frac{z^2}{t^2} - \frac{y^2}{s^2} = 1 \\ x=0 \end{cases} \quad (36)$$

表 3 平行截割“类双叶双曲面”模型^[16]

Table 3 Stress analysis and numerical simulation of rock layers with different thicknesses during fracture^[16]

平行截割	第1组	第2组	第3组
截面位置	$z=0$	$x=0$	$y=0$
坐标平面	不相交	$\begin{cases} \frac{z^2}{t^2} - \frac{y^2}{s^2} = 1 \\ x = 0 \end{cases}$	$\begin{cases} \frac{z^2}{t^2} - \frac{x^2}{w^2} = 1 \\ y = 0 \end{cases}$
截面位置	$z=h$	$x=h$	$y=h$
方程	$\begin{cases} \frac{x^2}{w^2} + \frac{y^2}{s^2} = -1 + \frac{z^2}{t^2} \\ z = h \end{cases}$	$\begin{cases} \frac{y^2}{s^2} - \frac{z^2}{t^2} = -1 - \frac{x^2}{w^2} \\ x = h \end{cases}$	$\begin{cases} \frac{x^2}{w^2} - \frac{z^2}{t^2} = -1 - \frac{y^2}{s^2} \\ y = h \end{cases}$
任意平面			
截面图	$ h > t$ 	$ h > w$ 	$ h > s$ 

式中, s 为沿工作面的布置方向; $y=0$ 为退化工作面布置方向; $x=0$ 为退化工作面推进方向。

通过退化分析可知, 三维“类双曲面”立体模型可退化为二维“类双曲线”平面模型。据此可得内外“类双曲线”模型^[13]是“类双曲面”立体模型在二维条件的描述。

5 岩层移动“类双曲线”模型初步验证

5.1 相似模型试验验证

文献[64]以哈拉沟煤矿地质开采条件为研究背景, 运用相似模拟手段模拟煤层开采过程, 模拟结果如图 16 所示。从实验结果我们可以看出, 厚松散层覆岩整体移动边界呈现内外“类双曲线”特征。

通过相似模拟实验一定程度可验证岩层移动与地表沉降内外“类双曲线”整体模型, 相似模拟实验结

果表明岩层整体移动存在内外“类双曲线”特征。

5.2 数值模拟验证

文献[12]以鲍店煤矿 1 312 工作面地质条件为基础, 采用团队开发的采动非连续变形分析程序 MDDA 进行数值模拟分析厚松散层开采覆岩破断移动规律。模拟得到采动覆岩整体移动呈“类双曲线”形态, 如图 17 所示。

文献[14]运用 UDEC7.0 选取山西安太堡煤矿地质条件建立数值计算模型进行数值模拟发现岩层整体移动与地表沉降以内外“类双曲线”轮廓扩展, 如图 18 所示。

5.3 现场地球物理探测验证

彭苏萍等^[79]通过三维地震探测获取了柠条塔煤矿工作面采前、采中和采后 3 个阶段采空区上覆岩层的结构, 如图 19 所示, 从图中可以看出出水裂隙带轮

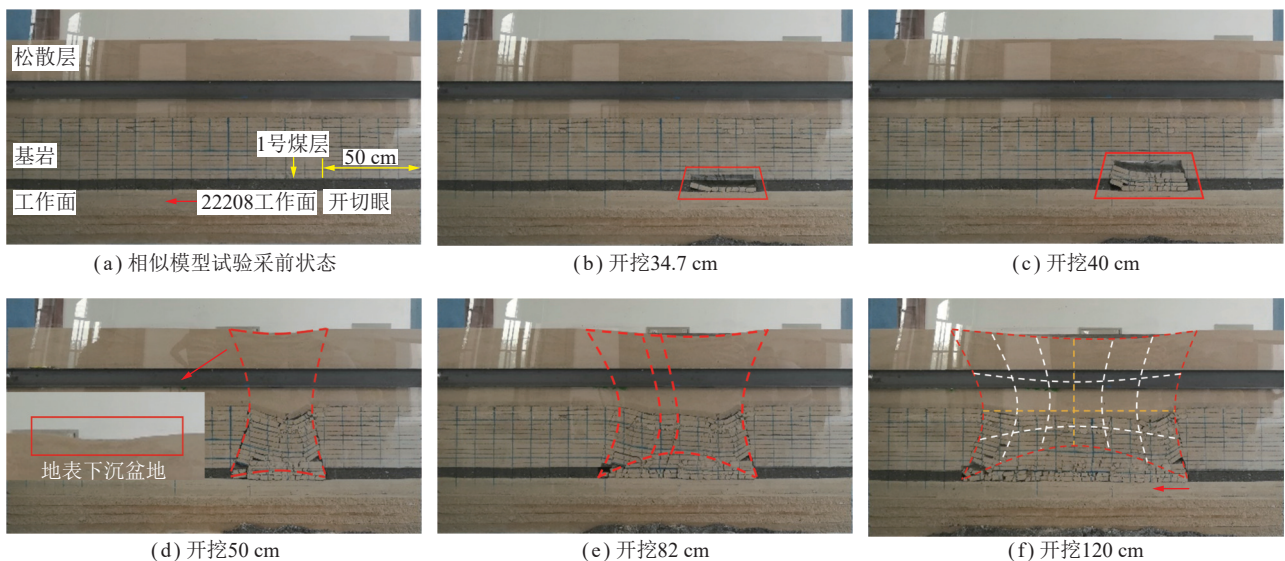


图 16 哈拉沟煤矿相似模型试验结果图^[16]

Fig.16 Similar model test results of Halagou coal mine^[16]

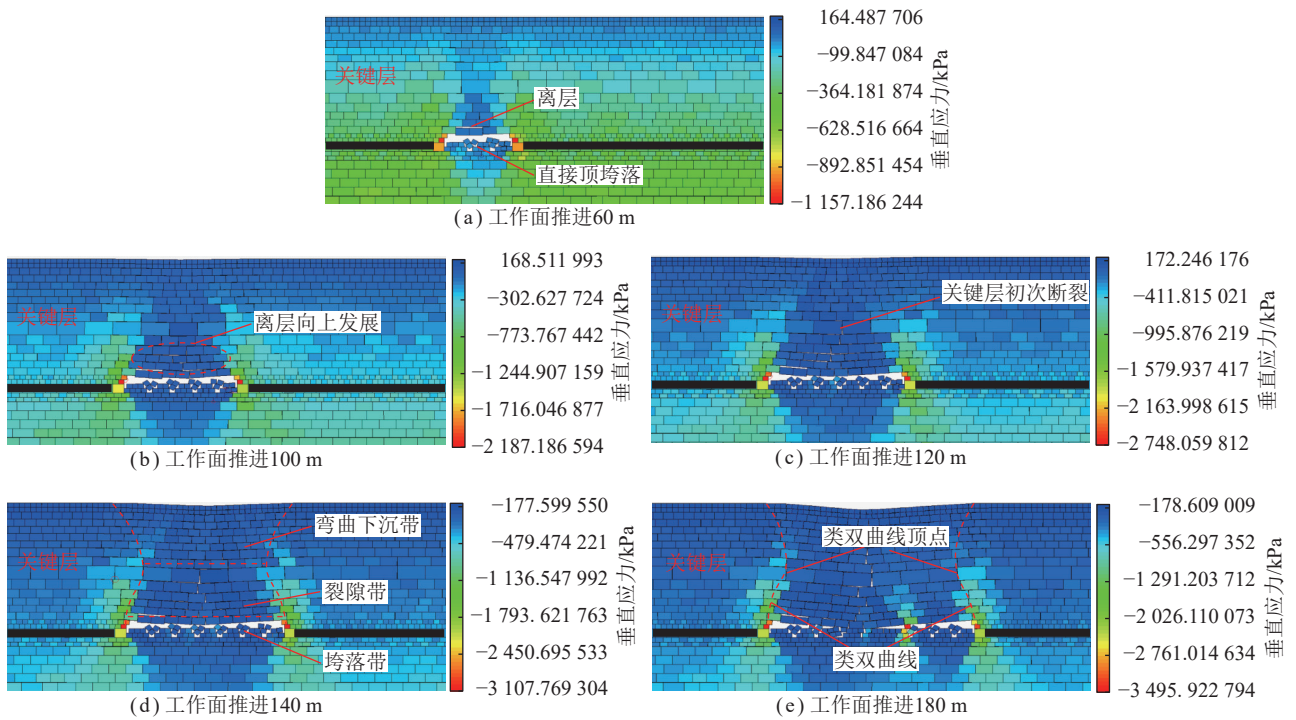


图 17 MDDA 模拟采动覆岩“类双曲线”整体移动^[12]

Fig.17 MDDA simulation of mining induced “Analogous hyperbola” overall movement of overlying strata^[12]

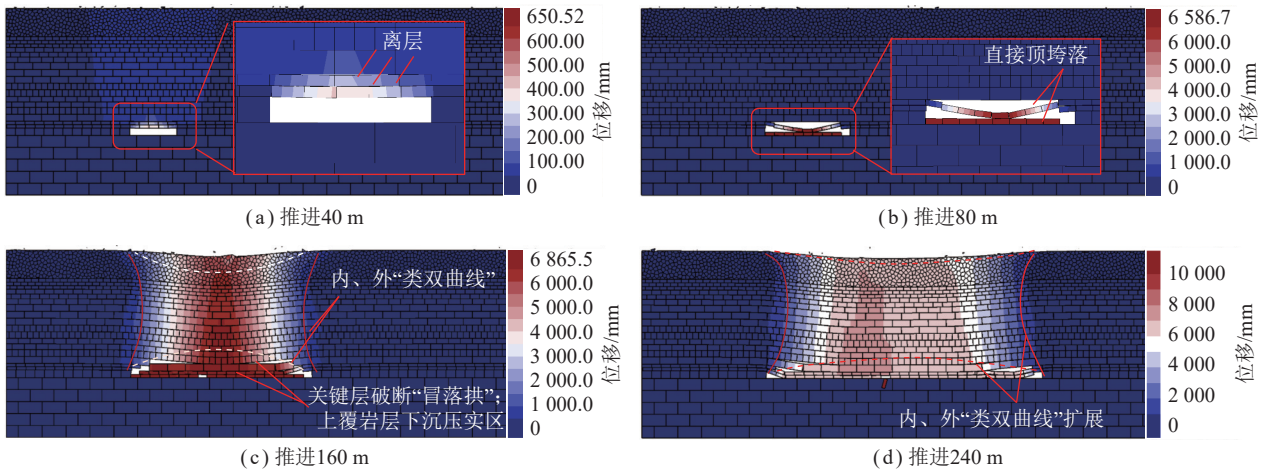


图 18 岩层移动与地表沉降内外“类双曲线”模拟^[13]

Fig.18 Formation of analogous hyperbola model inside and outside of strata movement and surface subsidence^[13]

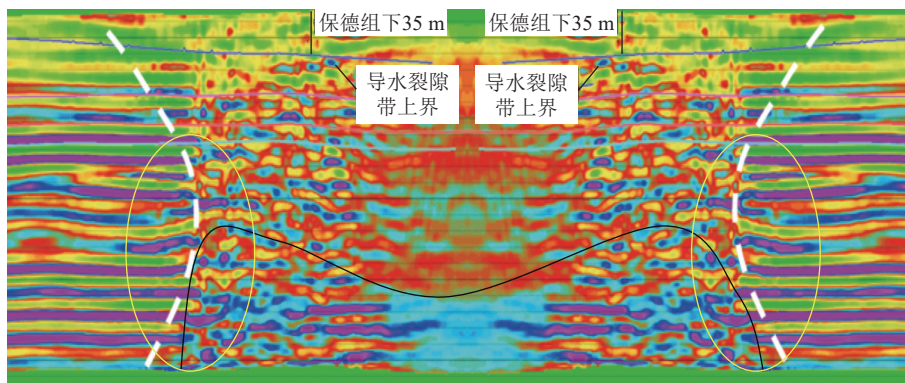


图 19 陕北矿区采动覆岩破坏三维地震探测结果^[79]

Fig.19 Three dimensional seismic detection results of groundwater flow in Northern Shanxi mining area^[79]

廓呈现“马鞍形”(黑色实线),采动覆岩破断边界纵向贯通也会形成导水通道,从图中可以看出导水裂隙带边界(黄色椭圆)呈现“类双曲线”特征。通过“类双曲线”理论模型计算获得了地下水“类双曲线”流动特征和汇集区位置,该成果已经用于指导陕北矿区生态重建关键技术与示范项目。

6 结语与展望

按照煤层基本顶→煤层上方中部关键层→地表沉陷的顺序系统回顾了国内外的相关研究,梳理了岩层移动研究进展与历史。在采场覆岩移动及地表移动沉陷研究领域许多经典理论得到了广泛应用取得了良好的效果。笔者团队认为采动岩层移动是一个由地下至地面的力学过程,需要建立一个整体移动模型来进行描述,从2015年,在钱鸣高院士的指导下,笔者团队建立了采动覆岩整体移动“类双曲线”二维模型,到2023年,团队进一步将二维“类双曲线”模型拓扑演化,建立了采动覆岩移动全空间“类双曲面”模型,经历多年的研究,笔者团队从二维到三维系统科学的建立起了采动覆岩整体移动模型。采矿活动导致的岩层移动是极为复杂的,特别是随着深部地质条件、采场矿压、岩体力学性质及不良地质体构造等问题越来越复杂,故团队后期还会持续对岩层“类双曲线(面)”移动模型继续深入研究,特别关注不同地质条件及不同采动条件导致的类双曲线模型拓扑演化规律,以期使该模型更具普适性,并希望未来该模型能在西部矿区保水开采、冲击地压防治及无煤柱留巷等方面发挥理论指导作用。

致谢 钱鸣高院士多次向笔者谈到,采矿很多难题需要力学理论来分析,在岩层移动的力学研究方面,钱院士是我的领路人。笔者的主要思想得益于同钱院士20余次探讨,2016年7月31日晚上我给钱院士发邮件汇报论文题目是岩层移动“双曲线”模型;8月1日一早钱院士回信说明天讨论该论文;8月2日早晨8:55钱院士亲临我们课题组会议室。讨论中钱院士说,考虑到岩石的非均质及断层、构造、节理等影响,需要加一个“类”字更符合实际情况,这就是岩层移动“类双曲线”模型最初叫法的缘由。经过近年的发展和完善,我们把该理论模型综述为本文,这也是钱院士的关键层理论的继承和发展。先生虽已逝去,但是他的科学家思想和精神不断激励着我们,谨以此文向先生致以最崇高的敬意!

参考文献(References):

[1] 谢和平,王金华,王国法,等. 煤炭革命新理念与煤炭科技发展构想

[J]. 煤炭学报, 2018, 43(5): 1187-1197.

- XIE Heping, WANG Jinhua, WANG Guofa, et al. New ideas of coal revolution and layout of coal science and technology development[J]. Journal of China Coal Society, 2018, 43(5): 1187-1197.
- [2] 中华人民共和国国家统计局, 国家数据[EB/OL]. 中华人民共和国国家统计局, <https://data.stats.gov.cn/easyquery.htm?cn=C01>.
- [3] 钱鸣高, 许家林. 煤炭开采与岩层运动[J]. 煤炭学报, 2019, 44(4): 973-984.
- QIAN Minggao, XU Jalin. Behaviors of strata movement in coal mining[J]. Journal of China Coal Society, 2019, 44(4): 973-984.
- [4] 钱鸣高. 从围岩移动的力学关系论采场支架基本参数的决定[J]. 煤炭科学技术, 1978(11): 1-7.
- QIAN Minggao. The basic parameters of stope support are determined from the mechanical relation of surrounding rock movement[J]. Coal Science and Technology, 1978(11): 1-7.
- [5] 钱鸣高, 缪协兴, 何富连. 采场“砌体梁”结构的关键块分析[J]. 煤炭学报, 1994, 19(6): 557-563.
- QIAN Minggao, MIAO Xiexing, HE Fulian. Analysis of key block in the structure of voussoir beam in longwall mining[J]. Journal of China Coal Society, 1994, 19(6): 557-563.
- [6] 钱鸣高, 缪协兴. 采场上覆岩层结构的形态与受力分析[J]. 岩石力学与工程学报, 1995, 14(2): 97-106.
- QIAN Minggao, MIAO Xiexing. Theoretical analysis on the structural form and stability of overlying strata in longwall mining[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1995, 14(2): 97-106.
- [7] CHIEN Minggao. A Study of the behaviour of overlying strata in longwall mining and its application to strata control. Developments in Geotechnical[J]. Engineering, 1981, 32: 13-17.
- [8] 宋振骥. 采场上覆岩层运动与支架的选择[J]. 煤炭科学技术, 1978(9): 6-10.
- SONG Zhenqi. Movement of overlying strata and selection of support in stope[J]. Coal Science and Technology, 1978(9): 6-10.
- [9] 谢和平, 陈至达. 非线性大变形有限元分析及在预测岩层移动中的应用[J]. 中国矿业学院学报, 1988(2): 97-107.
- XIE Heping, CHEN Zhida. Analysis of nonlinear finite element for large deformation and its application to subsidence prediction[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 1988(2): 97-107.
- [10] 钱鸣高, 缪协兴, 许家林. 岩层控制中的关键层理论研究[J]. 煤炭学报, 1996, 21(3): 2-7.
- QIAN Minggao, MIAO Xiexing, XU Jalin. Theoretical study of key stratumin ground control[J]. Journal of China Coal Society, 1996, 21(3): 2-7.
- [11] 刘宝琛, 戴华阳. 概率积分法的由来与研究进展[J]. 煤矿开采, 2016, 21(2): 1-3.
- LIU Baochen, DAI Huayang. Research development and origin of probability integral method[J]. Coal Mining Technology, 2016, 21(2): 1-3.
- [12] 左建平, 孙运江, 钱鸣高. 厚松散层覆岩移动机理及“类双曲线”模型[J]. 煤炭学报, 2017, 42(6): 1372-1379.
- ZUO Jianping, SUN Yunjiang, QIAN Minggao. Movement mechanism and analogous hyperbola model of overlying strata with thick alluvium[J]. Journal of China Coal Society, 2017, 42(6): 1372-1379.

- [13] 左建平, 吴根水, 孙运江, 等. 岩层移动内外“类双曲线”整体模型研究[J]. 煤炭学报, 2021, 46(2): 333–343.
ZUO Jianping, WU Genshui, SUN Yunjiang, et al. Investigation on the inner and outer analogous hyperbola model AHM of strata movement[J]. Journal of China Coal Society, 2021, 46(2): 333–343.
- [14] SUN Y, ZUO J, KARAKUS M, et al. Investigation of movement and damage of integral overburden during shallow coal seam mining[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2019, 117: 63–75.
- [15] SUN Y, ZUO J, KARAKUS M, et al. A novel method for predicting movement and damage of overburden caused by shallow coal mining[J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2020, 53(4): 1545–1563.
- [16] 左建平, 李颖, 李宏杰, 等. 采动岩层全空间“类双曲面”立体移动模型[J]. 矿业科学学报, 2023, 8(1): 1–14.
ZUO Jianping, LI Ying, LI Hongjie, et al. The model of spatial analogous hyperboloid for three-dimensional rock strata movement in mining engineering[J]. Journal of Mining Science and Technology, 2023, 8(1): 1–14.
- [17] 孙运江, 左建平, 米长宁, 等. 基于覆岩类双曲线移动的含水层“浅保—深储”模型研究[J]. 煤炭学报, 2023, 48(S2): 501–513.
SUN Yunjiang, ZUO Jianping, MI Changning, et al. Study on “shallow aquifer preservation-deep aquifer reserve” model based on analogous hyperbolic movement of overburden caused by coalmining[J]. Journal of China Coal Society, 2023, 48(S2): 501–513.
- [18] 钱鸣高, 石平五, 许家林. 矿山压力与岩层控制[M]. 徐州: 中国矿业大学出版社, 2010.
- [19] 宋振骥. 实用矿山压力控制[M]. 徐州: 中国矿业大学出版社, 1988.
- [20] 贾喜荣, 刘国利, 徐林生. 坚硬岩层长壁工作面顶板来压步距与来压强度计算预测方法[C]// 矿山坚硬岩体控制学术讨论会论文集. 中国岩石力学与工程学会大同分会、中国煤炭学会岩石力学专业委员会, 1991: 24–32.
- [21] 姜福兴, 宋振骥, 宋扬. 基本顶的基本结构形式[J]. 岩石力学与工程学报, 1993, 12(4): 366–379.
JIANG Fuxing, SONG Zhenqi, SONG Yang. Basic structure form of main roof[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1993, 12(4): 366–379.
- [22] 张顶立, 王悦汉. 综采放顶煤工作面岩层结构分析[J]. 中国矿业大学学报, 1998, 27(4): 10–13.
ZHANG Dingli, WANG Yuehan. Analysis of strata structure in fully-mechanized sub-level caving faces[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 1998, 27(4): 10–13.
- [23] 黄庆享. 浅埋煤层长壁开采顶板结构理论与支护阻力确定[J]. 矿山压力与顶板管理, 2002(1): 70–72.
HUANG Qingxiang. Roof structure theory and support resistance determination in longwall mining of shallow coal seam[J]. Journal of Mining & Safety Engineering, 2002(1): 70–72.
- [24] 黄庆享, 张沛, 董爱菊. 浅埋煤层地表厚砂土层“拱梁”结构模型研究[J]. 岩土力学, 2009, 30(9): 2722–2726.
HUANG Qingxiang, ZHANG Pei, DONG Aiju. Mathematical model of “arch beam” of thick sandy soil layer movement in shallow seam[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(9): 2722–2726.
- [25] 王亚军, 何满潮, 杨军, 等. 无煤柱自成巷“短臂梁”结构特征及变形计算分析[J]. 中国矿业大学学报, 2019, 48(4): 718–726, 759.
WANG Yajun, HE Manchao, YANG Jun, et al. The structure characteristics and deformation of “short cantilever beam” using a non-pillar mining method with gob side entry formed automatically[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2019, 48(4): 718–726, 759.
- [26] 何满潮, 王亚军, 杨军, 等. 切顶卸压无煤柱自成巷开采与常规开采应力场分布特征对比分析[J]. 煤炭学报, 2018, 43(3): 626–637.
HE Manchao, WANG Yajun, YANG Jun, et al. Comparative analysis on stress field distributions in roof cutting non-pillar mining method and conventional mining method[J]. Journal of China Coal Society, 2018, 43(3): 626–637.
- [27] 何满潮, 陈上元, 郭志飏, 等. 切顶卸压沿空留巷围岩结构控制及其工程应用[J]. 中国矿业大学学报, 2017, 46(5): 959–969.
HE Manchao, CHEN Shangyuan, GUO Zhibiao, et al. Control of surrounding rock structure for gob side entry retaining by cutting roof to release pressure and its engineering application[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2017, 46(5): 959–969.
- [28] 何满潮, 高玉兵, 盖秋凯, 等. 无煤柱自成巷力学原理及其工法[J]. 煤炭科学技术, 2023, 51(1): 19–30.
HE Manchao, GAO Yubing, GAI Qiukai, et al. Mechanical principle and mining methods of automatic entry formation without coal pillars[J]. Coal Science and Technology, 2023, 51(1): 19–30.
- [29] HE M, ZHU G, GUO Z. Longwall mining “cutting cantilever beam theory” and 110 mining method in China—The third mining science innovation[J]. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 2015, 7(5): 483–492.
- [30] 朱珍, 何满潮, 王琦, 等. 柠条塔煤矿自动成巷无煤柱开采新方法[J]. 中国矿业大学学报, 2019, 48(1): 46–53.
ZHU Zhen, HE Manchao, WANG Qi, et al. An innovative no-pillar mining method for gateroad formation automatically applied in Ningtiaota coal mine[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2019, 48(1): 46–53.
- [31] 左建平, 陈忠辉, 王怀文, 等. 深部煤矿采动诱发断层活动规律[J]. 煤炭学报, 2009, 34(3): 305–309.
ZUO Jianping, CHEN Zhonghui, WANG Huaiwen, et al. Experimental investigation on fault activation pattern under deep mining[J]. Journal of China Coal Society, 2009, 34(3): 305–309.
- [32] 钱鸣高, 缪协兴, 许家林. 岩层控制的关键层理论[M]. 徐州: 中国矿业大学出版社, 2003.
- [33] 胡成栋. 矩形弹性中厚板的短梁函数解法[J]. 工程力学, 1986(4): 14–26.
HU Chengdong. The solution of short beam functions for rectangular elastic middle-thick plates[J]. Engineering Mechanics, 1986(4): 14–26.
- [34] 左建平, 于美鲁, 孙运江, 等. 不同厚度岩层破断模式转变机理及力学模型分析[J]. 煤炭学报, 2023, 48(4): 1449–1463.
ZUO Jianping, YU Meilu, SUN Yunjiang, et al. Analysis of fracture mode transformation mechanism and mechanical model of rock strata with different thicknesses[J]. Journal of China Coal Society, 2023, 48(4): 1449–1463.
- [35] JU J, XU J. Surface stepped subsidence related to top-coal caving longwall mining of extremely thick coal seam under shallow cover[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2015, 78: 27–35.
- [36] 许家林, 钱鸣高, 朱卫兵. 覆岩主关键层对地表下沉动态的影响研

- 究[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(5): 787-791.
XU Jialin, QIAN Minggao, ZHU Weibing. Study on influences of primary key stratum on surface dynamic subsidence[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(5): 787-791.
- [37] 许家林, 钱鸣高. 关键层运动对覆岩及地表移动影响的研究[J]. 煤炭学报, 2000, 25(2): 122-126.
XU Jialin, QIAN Minggao. Research on the surface movement effects of key stratum movement[J]. Journal of China Coal Society, 2000, 25(2): 122-126.
- [38] 许家林, 尤琪, 朱卫兵, 等. 条带充填控制开采沉陷的理论研究[J]. 煤炭学报, 2007, 32(2): 119-122.
XU Jialin, YOU Qi, ZHU Weibing, et al. Theoretical study of strip-filling to control mining subsidence[J]. Journal of China Coal Society, 2007, 32(2): 119-122.
- [39] 许家林, 轩大洋, 朱卫兵, 等. 基于关键层控制的部分充填采煤技术[J]. 采矿与岩层控制工程学报, 2019, 1(2): 69-76.
XU Jialin, XUAN Dayang, ZHU Weibing, et al. Partial backfilling coal mining technology based on key strata control[J]. Journal of Mining and Strata Control Engineering, 2019, 1(2): 69-76.
- [40] 张吉雄, 李剑, 安泰龙, 等. 矸石充填综采覆岩关键层变形特征研究[J]. 煤炭学报, 2010, 35(3): 357-362.
ZHANG Jixiong, LI Jian, AN Tailong, et al. Deformation characteristic of key stratum overburden by raw waste backfilling with fully-mechanized coal mining technology[J]. Journal of China Coal Society, 2010, 35(3): 357-362.
- [41] 许家林, 轩大洋, 朱卫兵, 等. 部分充填采煤技术的研究与实践[J]. 煤炭学报, 2015, 40(6): 1303-1312.
XU Jialin, XUAN Dayang, ZHU Weibing, et al. Study and application of coal mining with partial backfilling[J]. Journal of China Coal Society, 2015, 40(6): 1303-1312.
- [42] 朱卫兵, 许家林, 赖文奇, 等. 覆岩离层分区隔离注浆充填减沉技术的理论研究[J]. 煤炭学报, 2007, 32(5): 458-462.
ZHU Weibing, XU Jialin, LAI Wenqi, et al. Research of isolated section grouting technology for overburden bed separation space to reduce subsidence[J]. Journal of China Coal Society, 2007, 32(5): 458-462.
- [43] 轩大洋, 许家林, 王秉龙. 覆岩隔离注浆充填绿色开采技术[J]. 煤炭学报, 2022, 47(12): 4265-4277.
XUAN Dayang, XU Jialin, WANG Binglong. Green mining technology of overburden isolated grout injection[J]. Journal of China Coal Society, 2022, 47(12): 4265-4277.
- [44] 徐良骥, 张坤, 刘潇鹏, 等. 离层注浆开采关键层变形特征及地表沉陷控制效应[J]. 煤炭学报, 2023, 48(2): 931-942.
XU Liangji, ZHANG Kun, LIU Xiaopeng, et al. Deformation characteristic of key strata and control effect of surface subsidence in mining with grouting into overburden bed-separation[J]. Journal of China Coal Society, 2023, 48(2): 931-942.
- [45] 韩磊, 杨科, 王天君, 等. 采动覆岩离层注浆地表沉陷“四区”控制模型及应用[J]. 煤炭科学技术, 2023, 51(8): 23-35.
HAN Lei, YANG Ke, WANG Tianjun, et al. “Four Zones” control model and application for surface subsidence of bed separation grouting mining[J]. Coal Science and Technology, 2023, 51(8): 23-35.
- [46] 中国科学技术情报研究所. 出国参考察报告——波兰采空区地面建筑[M]. 北京: 科学技术文献出版社, 1978.
- [47] M B, M C. 矿山岩体力学[M]. 于振海, 刘天泉, 译. 北京: 煤炭工业出版社, 1985.
- [48] SALAMON M G D. 地下工程的岩石力学[M]. 田良灿, 连志昇, 译. 北京: 冶金工业出版社, 1982.
- [49] SALAMON M G D. Elastic analysis of displacements and stresses induced by the mining of seam or reef deposits[J]. Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy, 1963, 64: 128-149.
- [50] 刘宝琛, 廖国华. 煤矿地表移动基本规律[M]. 北京: 中国工业出版社, 1965.
- [51] 廖国华, 刘宝琛. 矿山岩石移动的时间-空间问题[J]. 煤炭学报, 1964, 1(3): 1-14.
LIAO Guohua, LIU Baochen. The time-space problem of rock movement in mines[J]. Journal of China Coal Society, 1964, 1(3): 1-14.
- [52] 刘宝琛, 廖国华, 颜荣贵, 等. 开挖引起的岩体移动[J]. 矿冶工程, 1981(1): 3-9.
LIU Baochen, LIAO Guohua, YAN Ronggui, et al. Rock movements due to mining operations[J]. Mining and Metallurgical Engineering, 1981(1): 3-9.
- [53] 刘宝琛, 颜荣贵. 开采引起的矿山岩体移动的基本规律[J]. 煤炭学报, 1981(1): 39-55.
LIU Baochen, YAN Ronggui. The basic rules of displacement of rockmass due to underground mining[J]. Journal of China Coal Society, 1981(1): 39-55.
- [54] 刘宝琛, 张家生. 近地表开挖引起的地表沉降的随机介质方法[J]. 岩石力学与工程学报, 1995(4): 289-296.
LIU Baochen, ZHANG Jiasheng. Random medium method for surface settlement caused by near surface excavation[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1995(4): 289-296.
- [55] 刘天泉. 矿山岩体采动影响与控制工程学及其应用[J]. 煤炭学报, 1995(1): 1-5.
LIU Tianquan. Influence of mining activities on mine rockmass and control engineering[J]. Journal of China Coal Society, 1995(1): 1-5.
- [56] 张金才, 刘天泉. 论煤层底板采动裂隙带的深度及分布特征[J]. 煤炭学报, 1990(2): 46-55.
ZHANG Jincai, LIU Tianquan. On depth of fissured zone in seam floor resulted from coal extraction and its distribution characteristics[J]. Journal of China Coal Society, 1990(2): 46-55.
- [57] 何国清, 马伟民, 王金庄. 威布尔分布型影响函数在地表移动计算中的应用——用碎块体理论研究岩移基本规律的探讨[J]. 中国矿业学院学报, 1982(1): 4-23.
HE Guoqing, MA Weimin, WANG Jinzhuang. Application of influence function of weber distribution to the precalculation of ground surface movement: A study on the fundamental law of ground movement based on the elastic theory[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 1982(1): 4-23.
- [58] 张玉卓, 仲惟林, 姚建国. 岩层移动的位错理论解及边界元法计算[J]. 煤炭学报, 1987(2): 21-31.
ZHANG Yuzhuo, ZHONG Weilin, YAO Jianguo. Theoretical solution of dislocation and boundary element method for studying strata movements[J]. Journal of China Coal Society, 1987(2): 21-31.
- [59] 张玉卓, 仲惟林, 姚建国. 断层影响下地表移动规律的统计和数值模拟研究[J]. 煤炭学报, 1989(1): 23-31.
ZHANG Yuzhuo, ZHONG Weilin, YAO Jianguo. Study on surface

- movement influenced by faults using methods of statistics and numerical simulation[J]. *Journal of China Coal Society*, 1989(1): 23–31.
- [60] 邓喀中, 马伟民, 何国清. 开采沉陷中的层面效应研究[J]. *煤炭学报*, 1995(4): 380–384.
DENG Kazhong, MA Weimin, HE Guoqing. Investigation of effect of stratified plane in surface subsidence due to coal mining[J]. *Journal of China Coal Society*, 1995(4): 380–384.
- [61] 邓喀中, 马伟民. 开采沉陷中的岩体节理效应[J]. *岩石力学与工程学报*, 1996(4): 42–49.
DENG Kazhong, MA Weimin. Effect of rockmass joints on mining subsidence[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 1996(4): 42–49.
- [62] 邓喀中. 开采沉陷中的岩体结构效应[M]. 徐州: 中国矿业大学出版社, 1998.
- [63] 何万龙. 开采影响下的山区地表移动[J]. *煤炭科学技术*, 1981(7): 23–29, 62.
HE Wanlong. Surface movement in mountainous areas under the influence of mining[J]. *Coal Science and Technology*, 1981(7): 23–29, 62.
- [64] 何万龙. 开采引起的山区地表移动与变形预计[J]. *煤炭科学技术*, 1983(6): 46–52, 60.
HE Wanlong. Prediction of surface movement and deformation in mountainous areas caused by mining[J]. *Coal Science and Technology*, 1983(6): 46–52, 60.
- [65] 何万龙, 孔昭璧, 康建荣. 山区采动滑移的应力-应变模型[J]. *矿山测量*, 1991(2): 20–24.
HE Wanlong, KONG Zhaobi, KANG Jianrong. A stress-strain model for mining induced slip in mountainous areas[J]. *Mine Surveying*, 1991(2): 20–24.
- [66] 何万龙, 孔昭璧, 康建荣. 山区地表采动滑移机理及其向量分析[J]. *矿山测量*, 1991(3): 21–25.
HE Wanlong, KONG Zhaobi, KANG Jianrong. Mechanism and vector analysis of surface mining sliding in mountainous areas[J]. *Mine Surveying*, 1991(3): 21–25.
- [67] 何万龙, 康建荣. 山区地表移动与变形规律的研究[J]. *煤炭学报*, 1992(4): 1–15.
HE Wanlong, KANG Jianrong. Laws of ground movement and deformation in mountainous areas[J]. *Journal of China Coal Society*, 1992(4): 1–15.
- [68] 崔希民, 杨硕. 开采沉陷的流变模型探讨[J]. *中国矿业*, 1996, 5(2): 52–55.
CUI Ximin, YANG Shuo. Discussion on rheology models of mining subsidence[J]. *China Mining Magazine*, 1996, 5(2): 52–55.
- [69] 李增琪. 使用富氏积分变换计算开挖引起的地表移动[J]. *煤炭学报*, 1983(2): 18–28.
LI Zengqi. Calculation of surface movement caused by excavations with fourier integral transformation[J]. *Journal of China Coal Society*, 1983(2): 18–28.
- [70] 于广明, 谢和平, 张玉卓, 等. 节理岩体采动沉陷实验及损伤力学分析[J]. *岩石力学与工程学报*, 1998, 17(1): 16–23.
YU Guangming, XIE Heping, ZHANG Yuzhuo, et al. Test study of excavation subsidence in jointed rockmass and analysis on damage dynamics[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 1998, 17(1): 16–23.
- [71] 于广明. 分形及损伤力学在矿山开采沉陷中的应用研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 1999(2): 123–124.
YU Guangming. Research on the Application of fractal and damage mechanics in mining subsidence[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 1999(2): 123–124.
- [72] 范钢伟, 张东升, 马立强. 神东矿区浅埋煤层开采覆岩移动与裂隙分布特征[J]. *中国矿业大学学报*, 2011, 40(2): 196–201.
FAN Gangwei, ZHANG Dongsheng, MA Liqiang. Overburden movement and fracture distribution induced by longwall mining of the shallow coal seam in the Shendong coalfield[J]. *Journal of China University of Mining & Technology*, 2011, 40(2): 196–201.
- [73] 杨建立, 左建平, 孙凯, 等. 大采高多断层工作面综放诱发地表沉陷观测及数值分析[J]. *岩石力学与工程学报*, 2011, 30(6): 1216–1224.
YANG Jianli, ZUO Jianping, SUN Kai, et al. In-situ observation and numerical analysis of surface subsidence of high working face with multi-fault induced by full-mechanized mining activity[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2011, 30(6): 1216–1224.
- [74] 黄庆享, 祈万涛, 杨春林. 采场基本顶初次破断机理与破断形态分析[J]. *西安矿业学院学报*, 1999, 19(3): 193–197.
HUANG Qingxiang, QI Wantao, YANG Chunlin. Mechanical analysis and fracture morphology of main roof initial fracturing[J]. *Journal of Xi'an Mining Institute*, 1999, 19(3): 193–197.
- [75] 黄庆享. 浅埋煤层长壁开采顶板结构及岩层控制研究[M]. 徐州: 中国矿业大学出版社, 2000.
- [76] 伍永平, 刘孔智, 负东风, 等. 大倾角煤层安全高效开采技术研究进展[J]. *煤炭学报*, 2014, 39(8): 1611–1618.
WU Yongping, LIU Kongzhi, YUN Dongfeng, et al. Research progress on the safe and efficient mining technology of steeply dipping seam[J]. *Journal of China Coal Society*, 2014, 39(8): 1611–1618.
- [77] SUN Y, ZUO J, KARAKUS M, et al. A New theoretical method to predict strata movement and surface subsidence due to inclined coal seam mining[J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2021, 54(6): 2723–2740.
- [78] 吕林根, 许子道. 解析几何[M]. 第五版. 北京: 高等教育出版社, 2019.
- [79] 彭苏萍, 杜文凤, 毕银丽, 等. 陕北煤矿区水资源保护与利用及生态重建关键技术研究及示范研究报告[R]. 北京: 2021.