

复杂混合粒群简谐振动离析动力学特性

乔金鹏^{1,2}, 杨金硕^{1,2}, 薛冬^{1,2}, 胡柯羽^{1,2}, 董良^{1,2}, 段晨龙^{1,2}, 江海深^{1,2}, 赵跃民^{1,2}, 蔚文朋³

(1. 中国矿业大学 化工学院, 江苏 徐州 221116; 2. 中国矿业大学 煤炭加工与高效洁净利用教育部重点实验室, 江苏 徐州 221116; 3. 大地工程开发(集团)有限公司, 天津 100102)

摘要: 混合粒群在振动作用下的离析分层为矿物颗粒的筛分分级提供了实现基础, 颗粒形状特征及粒级结构是影响离析速率及结果的重要因素。基于离散元法数值模拟探究了单个(非)球形大颗粒在小颗粒群中离析动力学特性, 研究了颗粒形状对其离析速率的影响规律, 分析了二元均匀混合粒群中形状与粒度之间的交互作用, 揭示了多元混合粒群中离析速率及转动取向分布规律。试验结果表明: 较强振动作用下, 球形大颗粒离析速率随粒度比的增加呈现先增加后降低的非单调变化趋势, 而非球形大颗粒离析速率显著高于球形大颗粒, 主要原因是其颗粒底端延伸至孔隙率波动较大的深床层。此外, 非球形大颗粒与球形大颗粒的离析速率差值随着振幅的增加同样呈现先升高后降低的变化趋势; 当二元混合颗粒群中存在对流时, 其离析速率明显高于无对流颗粒群的离析速率; 二元混合料群中非球形大颗粒的离析速率与转动取向呈现“类高斯”分布特征, 且非球形颗粒的形状与粒度对最终离析结果的影响存在竞争关系, 导致球形大颗粒-非球形小颗粒床在小粒度比、低球形度条件下出现异常的“反巴西果”现象; 此外, 颗粒形状对离析速率的影响显著性高于粒级结构, 增加中间粒级颗粒会减缓粒群的离析过程, 而拓宽粒度分布范围同样也会造成离析速率下降。

关键词: 非球形颗粒; 振动离析; 离散元法; 相图; 分层

中图分类号: TD94 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-9993(2023)12-4571-15

Segregation dynamics of complex mixed granules when subject to simple-harmonic vibration

QIAO Jinpeng^{1,2}, YANG Jinshuo^{1,2}, XUE Dong^{1,2}, HU Keyu^{1,2}, DONG Liang^{1,2}, DUAN Chenlong^{1,2}, JIANG Haishen^{1,2}, ZHAO Yuemin^{1,2}, YU Wenpeng³

(1. School of Chemical Engineering and Technology, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China; 2. Key Laboratory of Coal Processing and Efficient Utilization of Ministry of Education, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China; 3. Dadi Engineering Development (Group) Co., Ltd., Tianjin 100102, China)

Abstract: The segregation of granules under vibration is the premise of minerals screening, and particle shape and size are important factors affecting the segregation rate and results. Based on the Discrete Element Method simulation, the dynamics of a single (non-)spherical large particle segregation in the sea of small particles were investigated, the influence of particle shape on its segregation rate was studied. The interaction effect between the shape and the size in a binary uniform mixed particle bed was analyzed, and the distributions of segregation rates as well as the orientations in a multi-com-

收稿日期: 2023-01-07 修回日期: 2023-05-08 责任编辑: 钱小静 DOI: 10.13225/j.cnki.jccs.2023.0033

基金项目: 国家自然科学基金青年基金资助项目(52204294); 江苏省自然科学基金资助项目(BK20221131); 国家自然科学基金杰出青年基金资助项目(52125403)

作者简介: 乔金鹏(1993—), 男, 山西忻州人, 博士。E-mail: jp.qiao@cumt.edu.cn

通讯作者: 段晨龙(1978—), 男, 内蒙古太仆寺旗人, 教授, 博士。Tel: 0516-83590316, E-mail: clduan@cumt.edu.cn

引用格式: 乔金鹏, 杨金硕, 薛冬, 等. 复杂混合粒群简谐振动离析动力学特性[J]. 煤炭学报, 2023, 48(12): 4571-4585.

QIAO Jinpeng, YANG Jinshuo, XUE Dong, et al. Segregation dynamics of complex mixed granules when subject to simple-harmonic vibration[J]. Journal of China Coal Society, 2023, 48(12): 4571-4585.



移动阅读

ponent particle group were revealed. The results show that under a strong vibration, the segregation rate of spherical large particles showed a non-monotonic trend of first increasing and then decreasing with the increase of particle size ratio. And the segregation rate of non-spherical large particles is significantly higher than that of spherical large particles, mainly because the particle's bottom end extends to a deeper bed where large porosity fluctuation occurs. In addition, the segregation rate difference between non-spherical large particles and spherical large particles also shows a trend of first increasing and then decreasing with the increase of amplitude. When there is convection in the binary mixed particle group, the segregation rate is significantly higher than that of the non-convective particle group. The segregation rates and rotation orientations of non-spherical particles in the binary bed show a "Gaussian-like" distribution, and there is a competition effect between shape and size, which leads to the abnormal "Reverse-Brazil nut" phenomenon when a small size ratio and low sphericity are given. In addition, the influence of particle shape on the segregation rate is significantly higher than that of particle size structure. Adding intermediate-size particles slows down the segregation process while widening the size distribution range also reduces the segregation rate.

Key words: non-spherical particle; vibrated segregation; discrete element method; phase diagram; stratification

颗粒振动分离的控制与利用常见于散体颗粒物料的加工与制备^[1-4],如现代工业生产领域中的化工催化^[5]、矿物冶金^[6-7]、生物制药^[8-9]等。不同应用领域对散体颗粒的粒度要求不同^[10-11],为满足加工工艺要求,绝大部分原材料在深度加工前需要筛分分级。振动筛分过程中,筛上混合颗粒基于粒度的充分分离是细颗粒高效触网透筛的前提^[12],揭示颗粒振动离析动力学特性及分离终态调控机制对于散体物料的高效筛分具有十分重要的指导意义^[13]。

具有不同密度、粒度等性质的 2 种颗粒组成的二元混合颗粒群在振动作用下展现出不同的分离终态,包括“巴西果 (BN)”模型、“反巴西果 (RBN)”模型以及“三明治”模型^[14]。在一定的参数条件下,3 种离析结果可实现互相转换,基于离析模式转换的研究大多集中在离析相图的构建与边界优化。21 世纪初,HONG 等^[15]类比气体热力学理论,提出了基于质量比和粒度比的颗粒振动分离边界,在此基础上的后续研究主要致力于构建基于颗粒性质的“粒度比-密度比 ($d_r-\rho_r$)”相图与基于振动条件的“激振强度-振动频率 ($\Gamma-f$)”相图^[16-17],2 者均可在较宽的参数范围内对振动分离结果进行准确预测。然而,受限于现有物理测试技术不足以及为满足离析动力学模型简化,现有的研究对象多为球形颗粒,对于非球形颗粒离析相图的研究鲜有报道。

此外,当颗粒床的高径比较大时,由于边壁摩擦作用,振动床体会形成颗粒对流,大颗粒在颗粒流的挟带作用下逐渐上升至床体自由面或者下沉至床体底部,实现以“整体对流”为驱动机制的对流离析^[18-19]。在对流环境下,颗粒形状对其离析行为的影响将被掩盖,AHMAD 等^[20]基于物理试验的研究指出颗粒形状对其离析过程没有明显影响的主要原因便在于未能

抑制对流的发生。为验证并揭示形貌特征对混合颗粒振动分离行为的影响,需构建无边壁摩擦的离析环境,实现无对流离析进而揭示离析行为对颗粒形貌参数的响应规律。同时,非球形颗粒的取向特征因无序碰撞受粒群整体行为的影响而存在明显差异,揭示取向分布特征及粒级结构对粒群离析的影响规律可深度阐明复杂粒群离析分层机制。

1 研究方案与评价指标

1.1 研究思路

拟对简谐振动作用下非球形颗粒在三维混合颗粒床中的动力学特性及整体分离结果受操作参数的影响机制开展研究:首先,基于与球形大颗粒的离析速率对比分析,探究单个非球形大颗粒在小颗粒群中的离析速率非线性变化规律及速率差异产生机理,揭示非球形颗粒的离析机理(2.1、2.2 节);其次,针对不同形状颗粒的离析速率存在差异这一现象,进一步构建 3 类充填背景下非球形-球形颗粒均匀混合床,追踪分析离析过程中多个非球形大颗粒离析取向及平均速率(3.1 节),探究非球形与球形颗粒的离析速率竞争机制及其对整体分离结果的影响规律,并基于速率竞争结果提出混合粒群整体离析相图(3.2 节);最后,以二元混合粒群离析相图为指导,通过添加中间粒级及拓宽粒级上限探究多元混合粒群的离析行为特征(4 节),揭示了复杂混合粒群中颗粒离析动力学特性。

研究结果将进一步完善含非球形颗粒的复杂粒群振动离析机理,对振动筛分过程中筛上颗粒物料的高效分层调控具有重要的指导意义。

1.2 研究方法

主要采用离散元法 (Discrete Element Method, DEM)

仿真模拟开展研究, 建立三维混合颗粒床仿真模型, 结合物理验证开展复杂粒群粒离析动力学研究。离散元法的基本思想为将离散系统各组分为符合牛顿第二定律的独立单元, 各运动单元之间的互相作用导致其受力状态改变, 进而迭代计算并更新每一个单元的瞬时位移及受力, 模拟整个研究系统的宏观运动行为^[21]。本研究对干燥颗粒系统的离析行为开展研究, 因此采用 Hertz-Mindlin 软球干法接触模型进行离散元法模拟, 如图 1 所示。

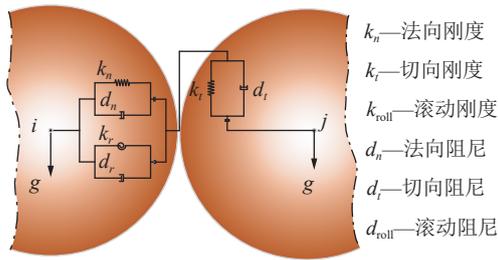


图 1 接触颗粒 (i 和 j) 的接触受力模型

Fig.1 Contact forces between two particles (i and j)

任一颗粒 i 在运动过程中主要受到自身重力和接触力 (法向力和切向力) 的作用。此外, 颗粒 i 还受到了切向力和摩擦力引起的力矩作用, 其运动学方程^[22-23]为

$$m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = m_i \mathbf{g} + \sum_{j=1}^{n_i} (\mathbf{F}_{n,ij} + \mathbf{F}_{t,ij}) \quad (1)$$

$$I_i \frac{d\boldsymbol{\omega}_i}{dt} = \sum_{j=1}^{n_i} (\mathbf{T}_{t,ij} + \mathbf{T}_{r,ij}) \quad (2)$$

式中, m_i 为颗粒 i 的质量; \mathbf{v}_i 为颗粒 i 的移动速度; \mathbf{g} 为重力加速度; n_i 为与颗粒 i 接触的颗粒数量; $\mathbf{F}_{n,ij}$ 为法向作用力, 包括法向接触力 $\mathbf{F}_{cn,ij}$ 和法向阻尼力 $\mathbf{F}_{dn,ij}$; $\mathbf{F}_{t,ij}$ 为切向作用力, 包括切向接触力 $\mathbf{F}_{ct,ij}$ 和切向阻尼力 $\mathbf{F}_{dt,ij}$; I_i 为颗粒 i 的转动惯量; $\boldsymbol{\omega}_i$ 为颗粒 i 的角速度; $\mathbf{T}_{t,ij}$ 和 $\mathbf{T}_{r,ij}$ 分别为接触力和滚动摩擦产生的扭矩。

$$\mathbf{F}_{cn,ij} = -\frac{4}{3} E^* \sqrt{R^*} (\delta_n)^{3/2} \mathbf{n}_c \quad (3)$$

$$\mathbf{F}_{dn,ij} = -\sqrt{\frac{5}{6}} \frac{2 \ln e}{\sqrt{\ln^2 e + \pi^2}} \sqrt{k_n m^*} (\mathbf{v}_{nij} \mathbf{n}_c) \mathbf{n}_c \quad (4)$$

$$\mathbf{F}_{ct,ij} = -8G^* \sqrt{R^*} \delta_t \hat{\boldsymbol{\omega}}_i \quad (5)$$

$$\mathbf{F}_{dt,ij} = -\sqrt{\frac{5}{6}} \frac{2 \ln e}{\sqrt{\ln^2 e + \pi^2}} \sqrt{k_n m^*} (\mathbf{v}_{tij} \mathbf{n}_c) \mathbf{n}_c \quad (6)$$

$$\mathbf{T}_{t,ij} = \mathbf{R}_i (\mathbf{F}_{ct} + \mathbf{F}_{dt}) \quad (7)$$

$$\mathbf{T}_{r,ij} = -\mu_r \mathbf{F}_{cn} \mathbf{R}_i \hat{\boldsymbol{\omega}}_i \quad (8)$$

式中, E^* 为有效弹性模量; R^* 为当量半径, $R^* = R_i R_j / (R_i + R_j)$, R_i 和 R_j 分别为颗粒 i 和颗粒 j 的半径; e 为颗粒的恢复系数; m^* 为颗粒的等效质量, $m^* = m_i m_j / (m_i + m_j)$; δ_n 为颗粒法向重叠量; k_n 为法向刚度; \mathbf{n}_c 为从颗粒 i 中心到颗粒 j 中心的单位向量, $\mathbf{n}_c = \mathbf{R}_j / R_j$, \mathbf{R}_i 为颗粒 i 的质心到接触位置的单位方向矢量; \mathbf{v}_{nij} 为颗粒 i 与颗粒 j 的法向相对速度矢量; G^* 为有效剪切模量; δ_t 为颗粒切向重叠量; \mathbf{v}_{tij} 为 2 个接触颗粒的切向相对速度矢量; μ_r 为滚动摩擦因数; $\hat{\boldsymbol{\omega}}_i$ 为颗粒 i 在接触点的单位角速度矢量; \mathbf{F}_{ct} 为切向接触力; \mathbf{F}_{dt} 为切向阻尼力。

研究中所涉及的颗粒模型相关 DEM 系数见表 1, 仿真时间步长为 9.06×10^{-5} s, 约为 Rayleigh 时间步长的 20%。相应模型系数取值与文献[24]中的模型系数一致, 仅在颗粒数量等方面存在差异, 这对模型预测精度并无影响^[24]。具体地, 在单颗粒离析速率变化规律、二元混合粒群离析行为特征、多元混合粒群的离析结果 3 项研究内容中涉及三维床体结构与变量参数将分别在相应小节中详细介绍。此处, 仅对整体研究涉及的统一变量及参数范围进行概述, 见表 1。其中, a 、 b 分别为椭球颗粒的长轴、短轴的长度。

此外, 本研究中基本振动形式为一维简谐振动, 涉及的振动参数主要包括频率 (f)、振幅 (A) 或无量纲

表 1 DEM 模拟中基本系数及参数

Table 1 Coefficients and parameters used in DEM modeling

泊松比		弹性模量/Pa		恢复系数		频率/Hz	颗粒密度/ ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	颗粒粒度/mm			
颗粒	容器	颗粒	容器	颗粒	容器			单个大颗粒床	二元颗粒床	三元颗粒床	四元颗粒床
0.25	0.29	2.01×10^7	2.01×10^{10}	0.5	0.5	20	1 200	[2.0, 16]	7.5、3.0	7.5、5.0、3.0	9.0、7.5、5.0、3.0
静摩擦因数		动摩擦因数		振幅/mm	颗粒长径比 (a/b)	床体尺寸: 长×宽×高/(mm×mm×mm)					
颗粒	容器	颗粒	容器			单个大颗粒床	二元颗粒床	三元颗粒床	四元颗粒床		
0.5	0.5	0.01	0.01	[1.5, 5.0], 2.5为控制变量(振幅)取值	[1.0, 5.0], 2.0为控制变量(长径比)取值	60 × 60 × 60	60 × 60 × 60	100 × 100 × 60	100 × 100 × 60		

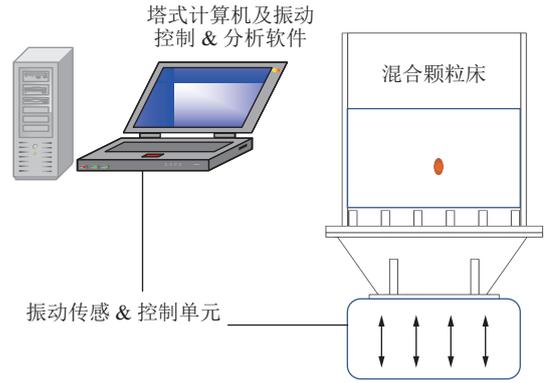
振幅 $A_d (A_d = A/d_s, \text{其中}, d_s \text{ 为小颗粒直径})$, 重点关注结果包括大颗粒的离析速率变化情况及混合颗粒群最终离析结果。因此, 为保证仿真结果的可靠性, 需进一步针对本研究中采用的具有代表性的参数及结果开展仿真模型的试验验证。在以离析速率为指标的仿真参数验证时, 采用实验室苏试振动台并在其上固定透明亚克力板构建振动颗粒床 (图 2(a)), 在 $f=20 \text{ Hz}$ 、 A 为变量的情况下对小颗粒群中单个大颗粒离析速率与仿真结果开展对比验证。如图 2(b) 所示, 不同参数下仿真结果中大颗粒的离析速率与试验结果相近, 表明基于 DEM 模型开展振动参数对离析速率影响规律的研究是准确可靠的; 在最终分离结果的仿真参数试验验证中, 试验条件下无法对三维床体中多个大颗粒的时空位置精准捕捉进而量化地对比 2 种研究结果。因此, 拟基于试验结果 (文献[25]中的 Fig.2(a)) 对比分析“巴西果 (BN)” 离析模式形成过程。同时, 基于已有试验研究[17]建立的以振动参数 (Γ, f) 为坐标的离析相图, 对比分析相同振动参数条件下仿真中离析结果与相图结果的一致性, 开展 DEM 仿真模型验证。如图 2(c) 所示, $f=20 \text{ Hz}$, $A=2.5 \text{ mm}$ 且 $d_r \approx 2$ 时的仿真研究中混合粒群出现大颗粒上移、小颗粒下行并最终形成“巴西果”现象, 这与实际试验结果[25]高度一致。进一步地, 分别选择试验研究[17]中 (Γ, f) 相图上 4 组振动参数 (3, 15)、(4, 20)、(3, 20)、(2.5, 25) 和 (4, 25) 在 $d_r=1.5$ 时开展仿真对比, 发现仿真研究中混合粒群最终离析结果与试验所得相图显示的“BN”和“RBN”模式吻合, 即本研究中 DEM 仿真模型可在较宽参数范围内准确模拟离析结果。综上可知, 本研究中采用的仿真模型及仿真参数可靠性较高, 研究结果可信。

此外, 因上述仿真参数选择及验证结果均来自或接近于本研究中涉及的参数及结果, 后续研究中所得结论将不再进行单独验证。

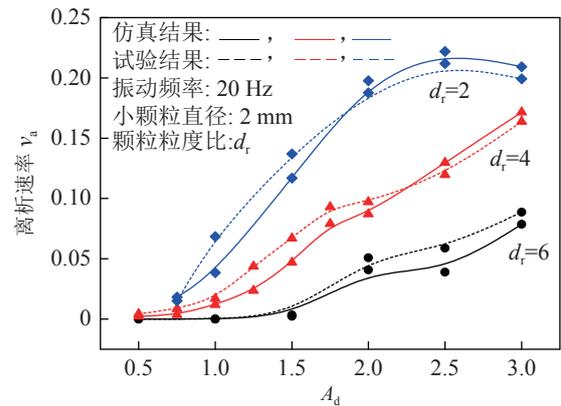
表 2 研究中涉及的指标及其计算公式

Table 2 Calculation formulas of the indexes used in this research

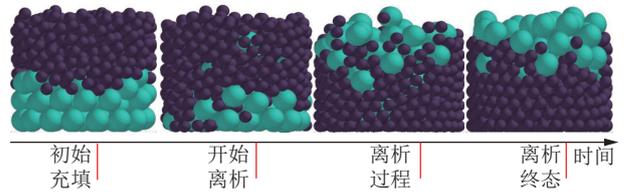
主要指标	计算公式	指标系数
离析速率 v_a	$v_a = \frac{\sum_{i \in \text{large}} (\Delta h_{i,t} - \Delta h_{i,0})}{tn} / (d_s f)$	d_s 为小颗粒的直径, mm; f 为振动频率, Hz; t 为离析时间, s; $\Delta h_{i,0}$ 、 $\Delta h_{i,t}$ 为第 i 个颗粒在 0 及 t s 时的高度, mm; n 为大颗粒的总数
离析度 Δh	$\Delta h = 2 \times \frac{h_l - h_s}{h_l + h_s}, \quad h_p = (1/N_p) \sum_{i=1}^{N_p} z_i$	h_l 、 h_s 为大、小颗粒的平均高度; h_p 为代指 h_l 或 h_s ; z_i 为颗粒 i 相对于底部基座的高度, mm; N_p 为大颗粒或小颗粒的总数
混合熵 M_{mor}	$M_{\text{mor}} = \frac{\sum_x \sum_y \sum_z \sum_k \{\chi_k(x, y, z) \ln(\chi_k(x, y, z))\} N_{\text{cell}}(x, y, z)}{M_{\text{mix}} N}$	M_{mix} 为颗粒完全混合时颗粒床整体的熵, nat; x 、 y 、 z 分别为 x 、 y 、 z 坐标轴 3 个方向; χ_k 为第 k 种粒子在网格 (x, y, z) 内的数量百分比, %; N 为混合床内颗粒数总和; N_{cell} 为网格 (x, y, z) 内颗粒数
孔隙率 ε	$\varepsilon_i = 1 - \frac{\sum_{n=1}^{P_i} V_{i,n}}{V_i}$	P_i 为第 i 个子区域内颗粒的总数; $V_{i,n}$ 为第 i 个子区域内第 n 个颗粒的体积, mm^3 ; V_i 为第 i 个子区域的体积, mm^3



(a) 实验系统



(b) $f=20 \text{ Hz}$ 时基于离析速率的验证分析



(c) $f=20 \text{ Hz}$, $A=2.5 \text{ mm}$, $d_r \approx 2$ 时基于离析模式形成过程的验证分析[25]

图 2 试验系统及模型验证

Fig.2 Experimental system and model validation

1.3 主要指标

本研究拟从粒群离析速率和分离程度 2 个层面开展分析, 具体指标及其计算公式见表 2。离析速率

(v_a) 为大颗粒 (群) 在离析过程中沿垂直方向上的平均移动速度, 无量纲^[26]。此处, v_a 的计算仅针对那些产生稳定离析行为的大颗粒, 这是因为, 在实际振动离析过程中, 极少部分颗粒会产生长时间的“悬停”, 这会对离析速率计算结果的客观性产生干扰。

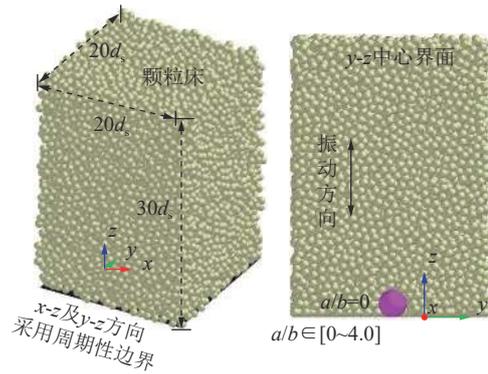
分离程度需要分别针对二元混合粒群和多元混合粒群来计算。为充分揭示颗粒比例发生变化时分离程度在时域上的变化特征, 采用离析度 (Δh) 来定量地界定及评价二元混合颗粒床的整体分离程度^[27]: 当颗粒床均匀混合时, Δh 约为 0; 而当 $\Delta h > 0$ 时, 颗粒床表现为“巴西果”离析结果; 当 $\Delta h < 0$ 时, 颗粒床表现为“反巴西果”离析结果。多元混合颗粒床中, 因包含多个粒度颗粒, 采用混合熵 (M_{mor}) 来计算整体分离程度^[28]: 将整个颗粒床体按照一定尺寸划分为多个局部网格区域 (考虑最大颗粒粒度, 本研究网格尺寸为 $20\text{ mm} \times 20\text{ mm} \times 20\text{ mm}$), 基于 Boltzmann 形式分别计算各局部熵, 并用局部熵的无量纲均值表征整体混合程度。由 M_{mor} 计算公式可知, 当某网格内仅存在 1 种颗粒或没有颗粒时, 其熵 $\{\chi_k(x,y,z) \ln \chi_k(x,y,z)\}$ 为 0。因此, 当混合熵 $M_{mor}=1.0$ 时, 粒群处于完全混合状态, 而当 $M_{mor}=0$ 时, 粒群处于完全离析状态。

此外, 孔隙率 (ϵ) 可用来描述颗粒床内部的自下而上空隙变化情况, 进而间接表征离散颗粒振动传递特征。本研究中, 将床体均匀划分为不同的子区域 (床层), 子区域的高度为 $3.5d_s$, 分别计算每个子区域的孔隙率, 计算公式见表 2。

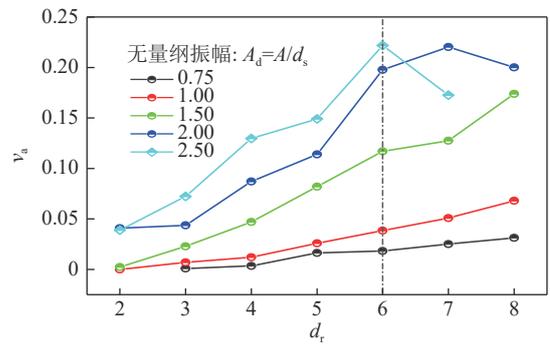
2 单颗粒离析速率变化规律

2.1 单颗粒非线性离析行为

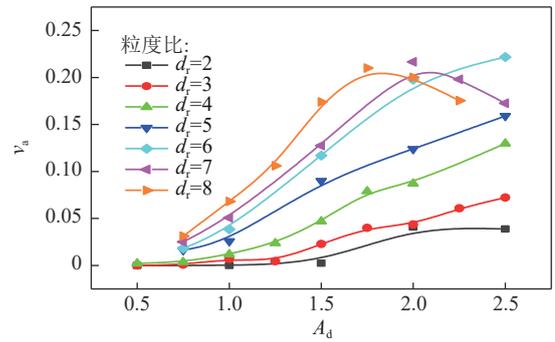
针对颗粒离析动力学规律, ROSATO 等^[29]基于蒙特卡罗法 (Monte Carlo method) 模拟初步发现了球形颗粒离析速率 (v_a) 与 2 种颗粒粒度比 (d_r) 具有正相关性。后续的研究^[30-32]进一步表明在恒定振动条件下, 2 者具有线性单调正相关关系, 即 v_a 随着 d_r 的增加而线性单调递增。本研究中, 通过构建单个大颗粒在小颗粒群中的离析速率随 d_r 及无量纲振幅 $A_d (A_d = A/d_s)$ 的变化曲线 (图 3) 发现, 当 d_r 较小时 v_a-d_r 也呈现出单调正相关性。然而, 当 $d_r > 6$ 且振幅较高的情况下, v_a 随着 d_r 的增加而逐渐降低。这表明, v_a 与 d_r 的关联形式受 A_d 影响显著。 v_a-d_r 响应形式的非线性转变导致传统速率模型^[33-35]已无法准确预测大颗粒离析过程, 较高振幅时颗粒群表现出的低充填率且紊乱振荡行为也致使已有的空隙充填理论需进一步完善以适用于本研究中出现的离析现象。此外, 针对离析速率模型的改进优化已在前期探索中^[36]进行了深入分析,



(a) 单一大颗粒离析系统



(b) $f=20\text{ Hz}$, $d_s=2.0\text{ mm}$



(c) $f=20\text{ Hz}$, $d_s=2.0\text{ mm}$

图 3 单颗粒非线性离析行为

Fig.3 Nonlinear segregation behavior of single particles

本研究将重点阐述非线性响应现象产生机理。

基于二维软球模型, FERNANDO 等^[37]也发现了单一球形大颗粒离析速率与速度幅值 $V_b (V_b = 2\pi A f (dg)^{-0.5})$ 的非单调相关性, 并基于仅由小颗粒充填而成的单分散体系空隙率波动幅值和大颗粒上升速率对 V_b (实际调控参量为振幅) 的相似性依赖性, 指出离析速率的转折变化的原因在于孔隙率波动幅值在 $V_b=2.8$ 发生了骤降。然而, 在相同的粒度比 ($d_r=2.0$) 情况下, 本研究中并未观察到球形大颗粒的离析速率随振幅增加的非单调变化规律。其可能原因在于, FERNANDO 等的研究中为弱化间歇振动 (恒定间隔时间的拍打振动) 离析过程中的动量干扰, 二元颗粒的密度比取值仅为本研究中的 1/8, 而密度对大颗粒在一个连续振荡周期内的跃起高度具有重要的影响,

高密度使颗粒具有更大的惯性,其下方形成更多空隙,小颗粒充填效率不断升高,从而导致了大颗粒的离析速率单调递增。综上分析,文献[37]中提及的相关理论不适于解释本研究中振动条件固定时 v_a 对 d_r 的非线性响应特征。

通过对连续振荡混合粒群运移行为观测发现:宏观上,混合离散颗粒在外加简谐激振力场作用下会表现出似流体行为而成为“特殊流体”;微观上,颗粒因其周围粒子存在物性差异而产生相对运动进而实现稳定离析;此外,由图 4(a) 可知,颗粒离析高度随时间近似线性上升,即颗粒在整个离析过程中可视为匀速运动,其受力为宏观平衡状态。因此,通过引入流体力学中曳力理论并考虑颗粒离散碰撞与真实流体之间的差异,结合对各关联因子的构型进行理论假设与改进,可建立颗粒力学平衡模型并对上述非线性关系进行解释。在离析过程中,大颗粒在与邻近小颗粒的不断碰撞中实现上升,可将大量持续振荡的小颗粒看作“特殊流体”,大颗粒在“特殊流体”中的上升主要受到重力 (G) 和升力 (F_{lift}) 的影响。其中,升力 F_{lift} 受到 4 类不同因素的影响:将小颗粒群视为流体介质,大颗粒球体顶部和底部所受净碰撞力类似于物体在流体介质中顶、底部之间的压力差,即浮力。基于阿基米德定律,浮力应取决于小颗粒介质的密度 (ρ_s) 以及大颗粒的体积。此处,因碰撞效率主要与表面积

$S(S=\pi d^2)$ 的相关,应采用大颗粒的表面积来等效代替其体积,因此, F_{lift} 应该以正比的形式随 S 变化,即 $F_{\text{lift}} \propto \pi d_1^2$;在“特殊流体”中,大颗粒周围的小颗粒体积分数 (V_{sf}) 决定了在一个振动周期内大、小颗粒之间的碰撞次数,次数越多, F_{lift} 越大,离析越快,因此, $F_{\text{lift}} \propto V_{\text{sf}}$;此外,类似于移动速度对物体在流体中所受阻力的影响,大颗粒在离析上升时的升力也与其上升速度相关,其形式为 $F_{\text{lift}} \propto v_a^n$,其中, n 为系数。综上分析,颗粒的离析动力学平衡方程为

$$\begin{cases} F_{\text{lift}} = G \\ F_{\text{lift}} \sim (\rho_s, S_1, V_{\text{sf}}, v_a^n) \\ \Rightarrow \rho_l g \frac{\pi d_1^3}{6} = K \pi d_1^2 \rho_s V_{\text{sf}} v_a^n \\ S_1 = \pi d_1^2 \end{cases} \quad (9)$$

其中, K 为包含颗粒其他性质的相关系数。对式 (9) 进行转换,离析速率简化关联模型可表达为

$$v_a^n = \frac{d_r \rho_r V_{\text{sf}}}{K} \quad (10)$$

由式 (10) 可知,在充填条件固定的颗粒床中, v_a^n 与颗粒的粒度比 (d_r) 及密度比 (ρ_r) 成正比,即理论模型表征的 v_a-d_r 与 $v_a-\rho_r$ 相关关系与 KROUSKOP 等^[38-41] 的试验结果相符,表明该模型是正确的。图 4(b) 为 V_{sf} 随着大、小颗粒粒度比增加的变化趋势,此处 V_{sf} 的计算范围为与球形大颗粒同心且底面半径为 ($d_1 + 2d_s$)、高为 ($d_1 + 3d_s$) 的圆柱形区域。可以看出, V_{sf} 随着的 d_r 增加逐渐增加,较大颗粒的下方会产生更多的可充填空隙,小颗粒的充填效率也随之升高,加速了大颗粒的上升速率。而当 $d_r > 6.0$ 时,在振动条件恒定时小颗粒无法及时充分充填, V_{sf} 迅速减小,导致大颗粒的离析速率逐渐降低。因此,振动条件固定时 v_a 对 d_r 的响应形式为非线性。

2.2 非球形单颗粒离析行为

非球形颗粒的离析速率对振动参数及颗粒性质的响应形式明显区别于球形颗粒,当长径比 (a/b , a 为长轴长度, b 为短轴长度) 较大且较长轴趋向于振动方向分布时,非球形颗粒的离析速率整体上比球形颗粒离析速率较高^[36],2 者差值随着振动强度的增加存在明显变化。基于恒定当量直径 (6 mm),对不同长径比椭球颗粒与球形颗粒的离析速率差 ($v_{a-\text{diff}}$) 进行对比分析,如图 5(a)、(b) 所示。此处,椭球颗粒当量直径分别采用体积当量直径、表面积当量直径和 Sauter 直径来计算。当量直径相同的球形颗粒离析速率低于非球形颗粒,2 者的差值随着振幅的增加先增加后减小。图 5(c) 为不同 (当量) 直径的颗粒离析速率随无量纲振幅的变化趋势,可以看出,当振幅 $A_d < 2.0$ 时,

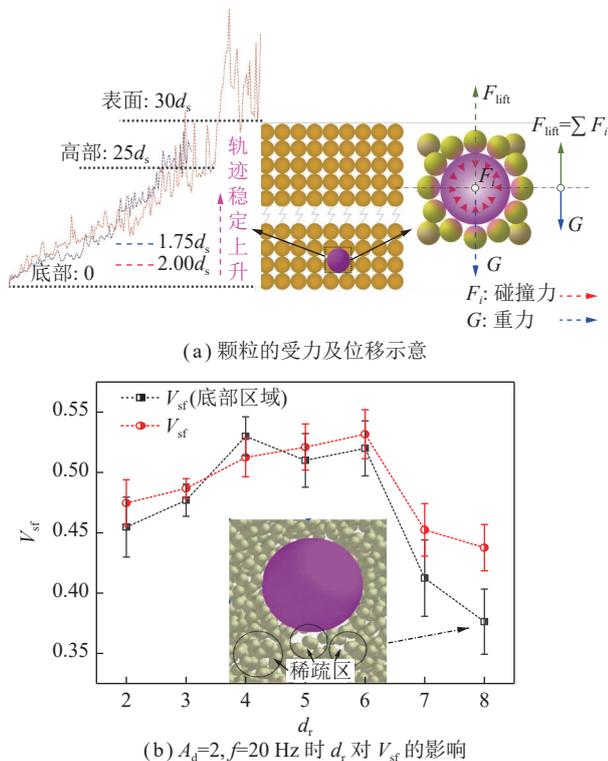


图 4 单颗粒离析力学模型及充填特性

Fig.4 Single particle segregation stress model and filling behavior

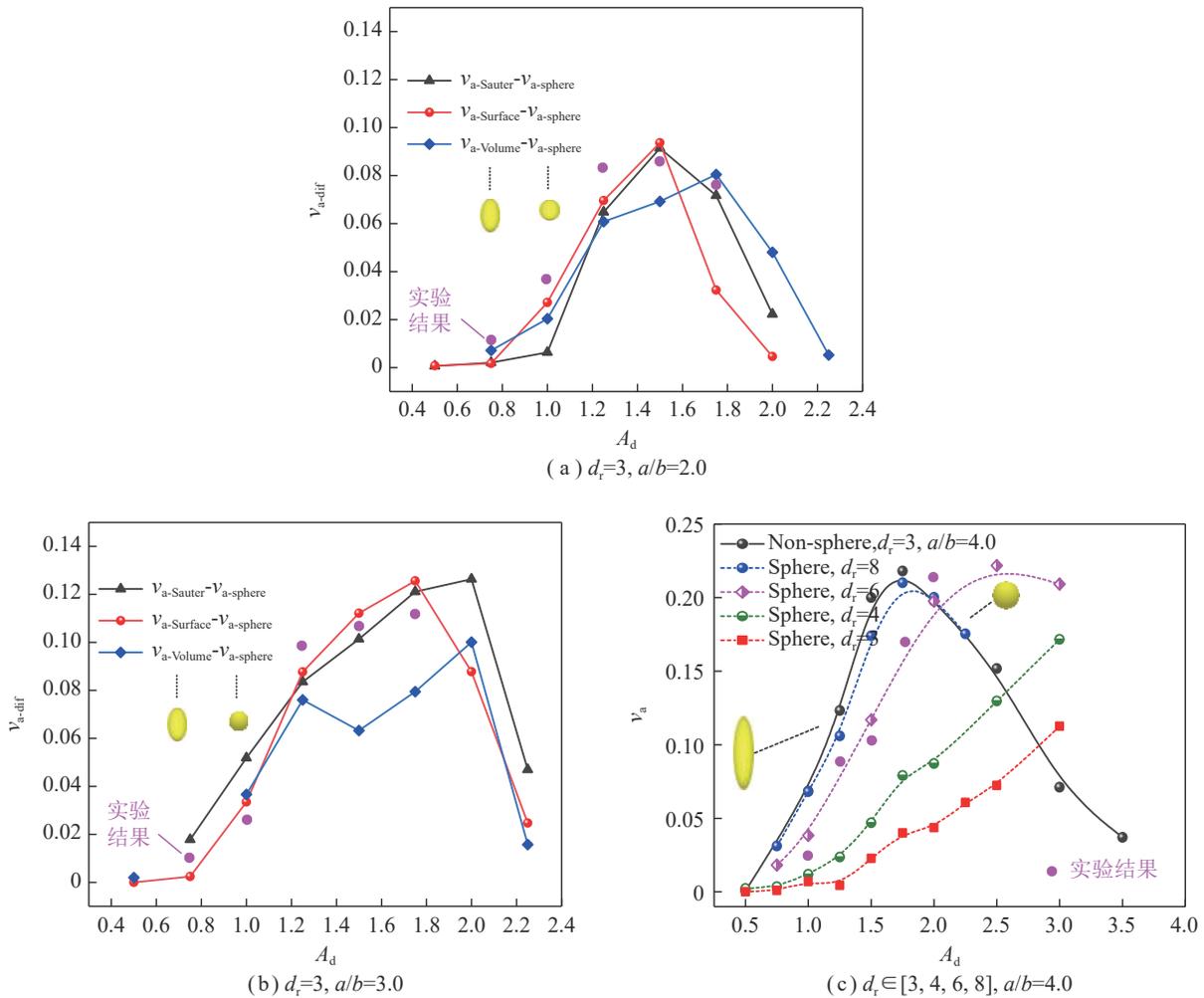


图 5 $f=20$ Hz 时无量纲振幅 A_d 对离析速率(差)的影响

Fig.5 Influence A_d on segregation rate when $f=20$ Hz

Sauter 直径为 6 mm 的非球形颗粒离析速率甚至高于直径为 12 mm 的球形颗粒, 且其离析速率变化曲线与粒度为 16 mm 的球形颗粒速率曲线相近。这在进一步证明非球形颗粒离析速率显著高于球形颗粒的同时, 也表明在振动分离过程中若仅关注颗粒离析快慢, 较小当量直径非球形颗粒的可用较大直径的球形颗粒等效代替, 对离析动力学模型简化推导具有重要的指导意义。

为充分解释非球形颗粒离析速率高于球形颗粒, 对不同高度床层内所有小颗粒瞬时位移进行快速傅里叶变换 (FFT) 得到其振荡频谱, 如图 6(a)~(d) 所示。由图 6 可知, 靠近床体底部的小颗粒与 2 种形状的大颗粒振荡频谱中均在 20 Hz 处出现峰值, 这是因为外加激励频率为 20 Hz。其他峰值出现的位置均在 [0, 20] Hz 内, 这主要是因为颗粒床体中自下而上的振动传递效率因颗粒离散碰撞而逐渐衰减变慢所致。

进一步分析发现, 底层只有一个峰出现在 20 Hz 处, 表明底层小颗粒振荡行为简单, 整体上仅以 20 Hz

的频率进行周期性振荡; 高层的频谱较为复杂, 具体表现为 20 Hz 处的峰值减小且在更低频率 (< 20 Hz) 区域出现了多个振幅更高的峰群。球形大颗粒和非球形大颗粒 ($a/b=3.0$) 的振荡频谱分别如图 6(e)、(f) 所示。可以看出, 对于球形大颗粒, 除了 20 Hz 的峰值外, 在 7.50、5.86、2.50~3.50 和 1.11 Hz 处还出现了 4 个峰群; 而对于非球形大颗粒, 除了 20 Hz 之外, 只有 2 个较低频率的峰值 (6.25、2.50~3.50 Hz) 出现。所有出现在球形和非球形大颗粒振荡频谱上的峰, 都可以与不同层高小颗粒的频谱相对应: 球形大颗粒的频谱峰与上层小颗粒的频谱峰具有更大的相似性, 而非球形大颗粒的频谱峰值与下层小颗粒的频谱峰值具有很好的匹配性。大颗粒在与小颗粒的不断碰撞中产生离析行为, 振荡频谱相似性说明大颗粒的离析动力主要来源于相应小颗粒层。而当颗粒中心高度一致时, 非球形颗粒底端延伸更深, 相应小颗粒层中较大的孔隙率波动导致其离析速率更快, 而由图 5 横向对比可知随着 a/b 越大, 球形颗粒与非球形颗粒速

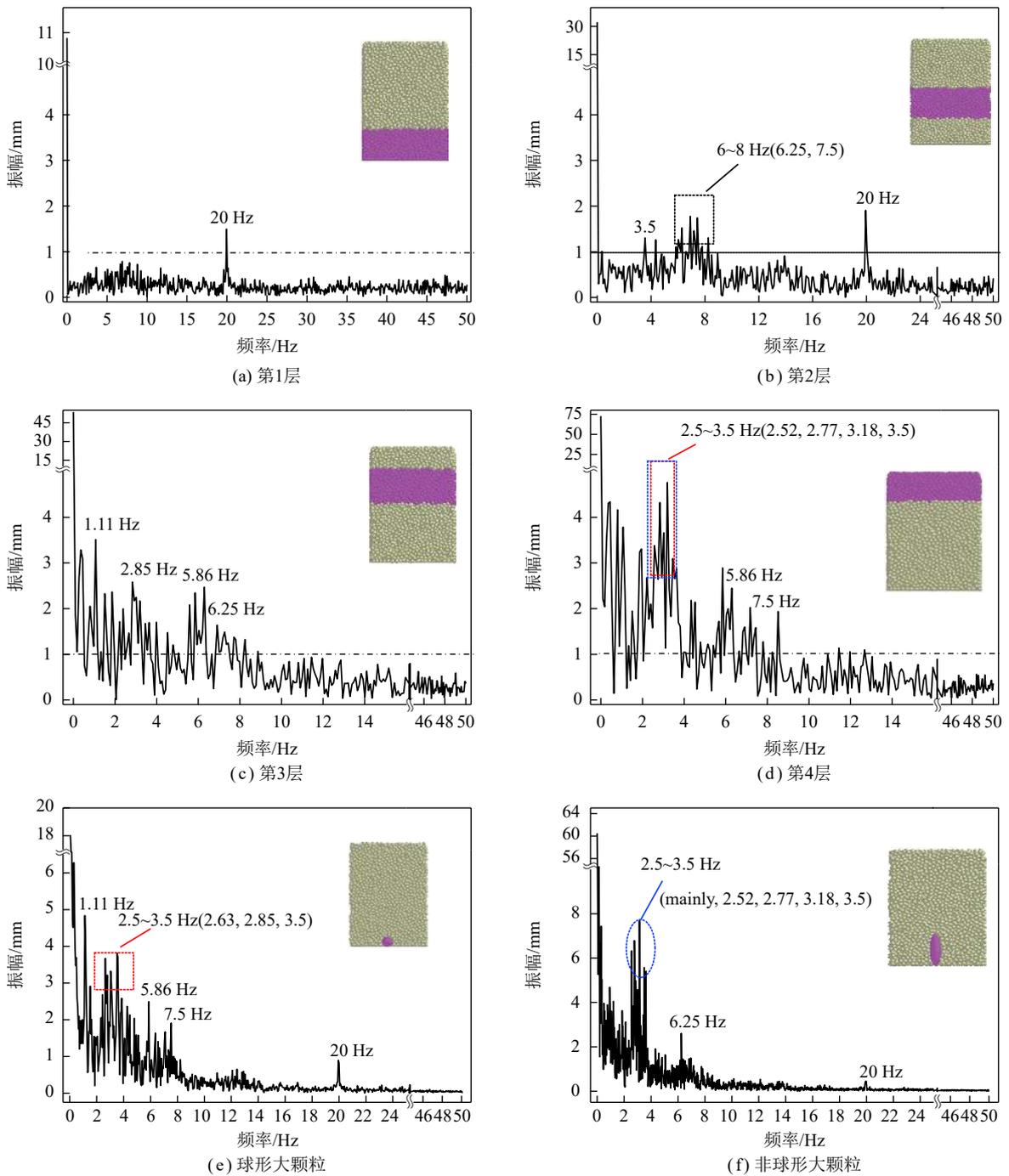


图 6 $A_d=2$ 、 $f=20$ Hz 时颗粒振荡频谱

Fig.6 Oscillation spectrum at $A_d=2.5$, $f=20$ Hz

率差值也明显升高,这进一步验证了上述解释。

3 二元混合粒群离析行为变化规律

3.1 混合粒群离析速率分布特征

上述分析表明单个大颗粒在球形小颗粒床中的离析行为受其形状显著,由于颗粒的振动离析行为本质上是局部粒群空隙充填重组的结果,而混合粒群中大、小颗粒数量比例对空隙分布有重要影响,即当大颗粒数量由一个增加至多个时,粒群的离析行为将变

得十分复杂。引入非球形颗粒后,因颗粒长轴取向对其离析行为的影响十分显著,进一步导致了混合粒群的离析速率难以预测。

为对比揭示非球形粒群离析速率变化规律,综合考虑壁面摩擦对粒群整体行为的影响,为分别建立 I、II、III 三种二元混合颗粒床,基本参数见表 3。I 和 II 型分别为球形大颗粒-球形小颗粒和非球形大颗粒-球形小颗粒混合而成的、带有边壁约束的颗粒床,颗粒与容器侧壁之间的动摩擦因数为 0.01; III 为非球形

表 3 不同颗粒床中颗粒性质及振动参数

Table 3 Particle properties and vibration parameters in different particle beds

颗粒性质				床体尺寸: 长×宽×高/(mm×mm×mm)	振动参数		
性质	(Sauter)直径/mm	体积分数/%	颗粒形状		密度/(kg·m ⁻³)	振幅/mm	频率/Hz
大颗粒	7.5	25	球形 → I 型颗粒床 非球形 → II、III 型颗粒床	1 200	60 × 60 × 60	2.5	20
小颗粒	3.0	75	球形	1 200			

大颗粒-球形小颗粒充填而成的、采用周期性边界条件进而实现无边壁摩擦的颗粒床。

通过对 3 种颗粒床的离析过程观察可知 (图 7), 在 I、II 型颗粒床中, 即边壁摩擦存在时, 处于床体底部的大、小颗粒运移行为高度有序: 在上移的同时趋向床体轴心区域移动, 越靠近轴心区域颗粒上移速率越大。当小颗粒上升至床体上表面时, 沿水平床面径向扩散运移至边壁处, 受摩擦力的作用继续沿边壁下降, 进而在整个床体内形成“由中心向上、由外围下降”的循环对流; 当边壁摩擦不存在时, 即在 III 型颗粒床中, 不同高度的床层之间无对流现象发生, 颗粒系统无宏观上的集体有序行为, 非球形大颗粒的上升轨迹没有明显的规律性。此外, III 型床体底部的大颗粒在离析发生前存在较长的“等候期”^[42], 这主要是因为“粮仓效应”引起床体底部较高的压强导致其在振动作用下的空隙波动较小, 动态堆积密度较大, 颗粒在初始振动作用下进行局部结构重组时, 需较长时间内的多次碰撞以创造出足够的空隙供小颗粒充填在大颗粒下方, 这也导致 III 型床中大颗粒的离析速率低于 I、II 型颗粒床。

图 8(a) 为不同床型中大、小颗粒平均高度差随时间的变化过程, 可以看出, 对流存在时的颗粒离析效率明显高于无对流族群。此外, 当对流存在时, 非球

形颗粒的离析效率甚至低于球形颗粒的离析效率, 这与上面所述的非球形颗粒离析速率高于球形颗粒离析速率的结论相矛盾, 主要原因在于对流环境中颗粒的形状对离析行为的影响在很大程度上被弱化, 颗粒的上升行为主要取决于对流强度。

进一步对 II、III 型床中非球形大颗粒速率分布和长轴取向的分析发现, 无论对流是否存在, 颗粒的上升速度都具有一定的分布特征, 如图 8(b)、(c) 所示。大颗粒的平均上升速度在对流存在时为 12.80×10^{-2} , 无对流时为 2.28×10^{-2} , 前者显著高于后者, 这与前面分析结论相符。此外, 2 种情况下大颗粒的速度分布均呈现“类高斯”曲线特征, 但对流时速度分布的峰度为 2.33, 低于无对流时的峰度 4.25, 其分布更接近正态形式。这是因为, 对流产生时, 大颗粒的上升行为受到小颗粒区域化、集体化运移的影响, 中心区域的颗粒在垂直方向上的上升速度较快, 而周边的颗粒因需要先迁移至中心区域而后才产生明显上升行为, 相应上升速度较慢, 这也导致对流机制下速度分布范围更宽, 分布连续性更明显, 更接近正态分布。而无对流情况下, 颗粒仅在其初始位置附近振荡, 无大幅度位移, 不同高度的床层结构在较长时域、空域内宏观稳定, 非球形大颗粒的上升依靠相邻小颗粒的随机充填, 各区域小颗粒稳定的振荡特征导致其上升速度分

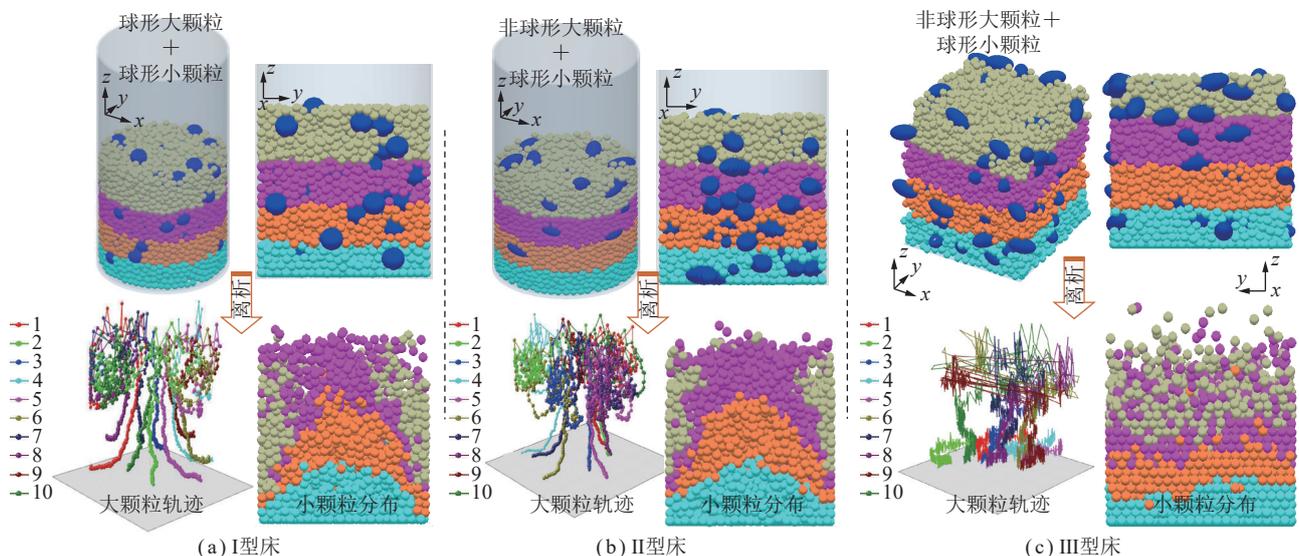


图 7 不同充填条件的二元颗粒床 (床层中不同高度小颗粒以不同颜色区分)

Fig.7 Binary particle bed of different packing conditions (small particles of different heights were dyed for distinction)

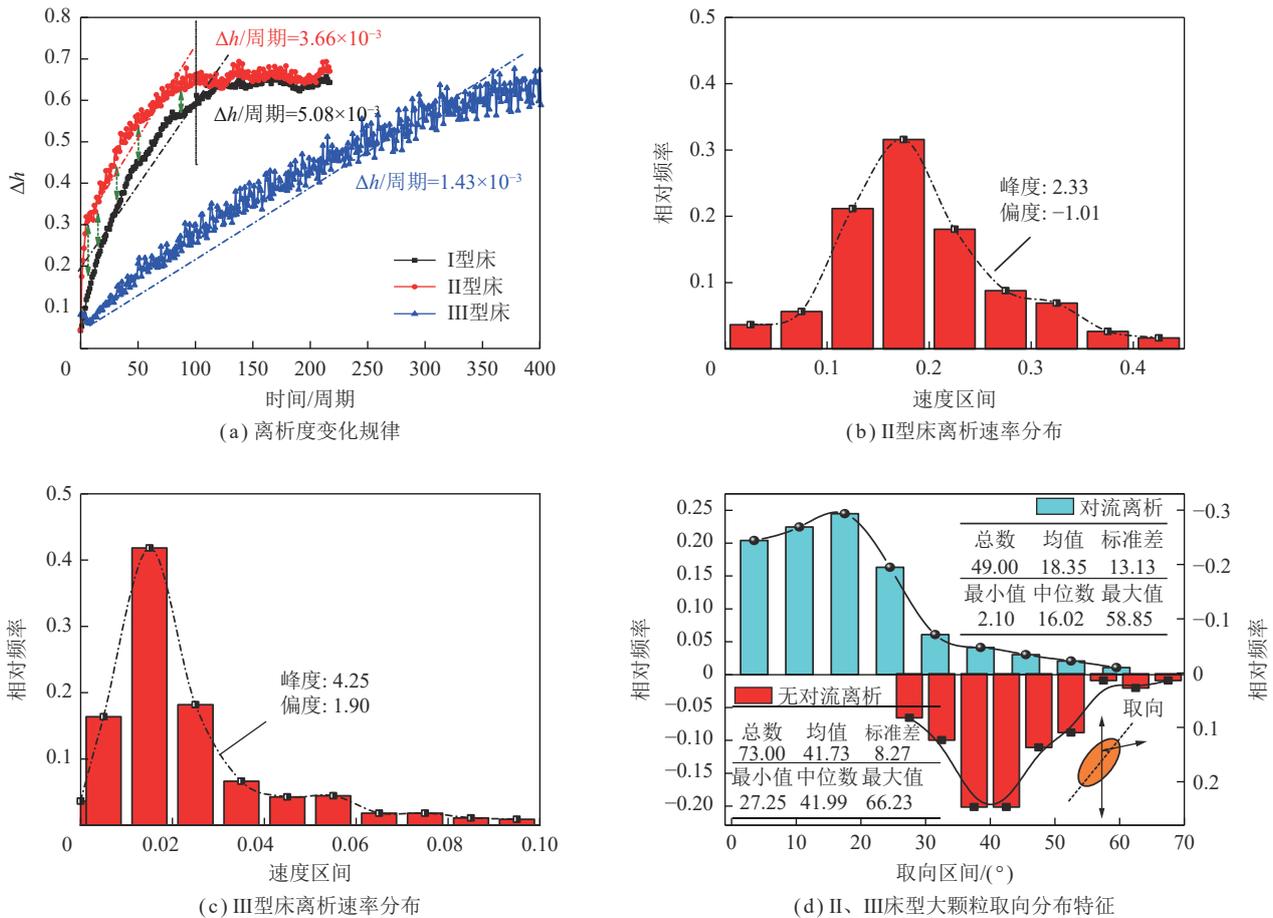


图 8 不同床型颗粒离析特征

Fig.8 Segregation characteristics of particles in different bed types

布较为集中,峰度值较大。

非球形颗粒的离析取向是指椭球颗粒长轴与振动方向之间的锐夹角:取向数值越小,颗粒长轴越接近平行于振动方向。分别统计 2 种离析环境下所有产生稳定上升颗粒的取向均值,其分布特征如图 8(d)所示。对流离析机制下颗粒的取向分布较为离散,为 $0^{\circ}\sim 65^{\circ}$,所有颗粒的平均取向由初始随机充填时的 45.10° 降低至 18.35° ,降幅显著,达 26.75° ,而充填离析的颗粒取向降幅为 2.4° (初始充填时的平均取向为 44.13°),仅为前者的 $1/11$ 。此外,充填离析过程中颗粒取向分布较为集中,为 $25^{\circ}\sim 70^{\circ}$,且分布近似正态,其标准差和偏度分别为 8.27 和 0.33 。进一步分析可知,在对流离析过程中,非球形颗粒易于转动至其长轴倾向于沿颗粒流动方向分布。结合振动颗粒床层孔隙率波动值在垂直空间内自下而上逐渐递减的变化规律可知^[19],这在一定程度上进一步促进了对流离析中颗粒离析速率明显高于无对流离析速率,这与所示的结果一致。

3.2 混合粒群离析速率竞争机制

根据大、小颗粒的形状,可将二元颗粒混合床体

分为 4 类床型:球形大颗粒与球形小颗粒组合床、非球形大颗粒与球形小颗粒组合床、以及非球形大颗粒与非球形小颗粒组合床、球形大颗粒与非球形小颗粒组合床。为简化表述,在后续各床型分析中,NS 代表非球形颗粒而 S 代表球形颗粒,“-”前面字符表示(等效)粒度较大的颗粒,其后面字符表示(等效)粒度较小的颗粒。文献中针对 S-S 床或 NS-NS 床的研究较为广泛,而 NS-S 床(即 3.1 节中的 II、III 型床)中颗粒离析行为也已在上述研究中深入分析。因此,本节内容重点针对无对流环境下 S-NS 床的颗粒离析行为开展研究。

上述研究发现当等效粒度为 6 mm 非球形大颗粒的长径比为 4.0 时,其离析速率甚至高于直径为 12 mm 的球形大颗粒。这表明,在一定参数范围内,尽管对离析速率都有促进作用,但形状的影响显著性高于粒度。因此,NS-S 床中形状与粒度对离析速率的协同促进作用,在 S-NS 床中将转变为竞争抑制关系,即当粒度比小于某一临界值时,较大的长径比会使非球形小颗粒离析上升,而球形大颗粒则相对下降至床底部,形成“反巴西果”现象。对当量直径、密度均相同的 S-

NS 颗粒床的离析结果 (图 9) 分析发现, 颗粒床总会产生离析现象, 球形颗粒下降而非球形颗粒上升, 且当长径比 $a/b=4.0$ 时, 750 个振动周期后床体便完全离析。此外, 根据已有离析相图边界条件^[17], 当 $d_r > 1.0$ 而 $\rho_r=1.0$ 时, 混合颗粒的振动离析模式应为“巴西果”模式, 即粒度较大的颗粒在离析终态时处于床体顶部。然而, 本研究中 S-NS 颗粒床在 $d_r > 1.0$ 、 $\rho_r=1.0$ 时的离析结果却为“反巴西果”模式, 主要原因为球形颗粒离析速率低于非球形颗粒, 导致粒度较大的球形颗粒处于床体底部。这进一步验证了在含有非球形颗粒的 S-NS 混合颗粒群振动离析中, d_r 与 a/b 之间存在竞争机制, 这将导致传统离析相图在对球形与非球形颗粒群的离析结果预判存在偏差。因此, 需引入形状因子, 进一步探究不同粒度比与长径比组合条件下 S-NS 床体的离析结果, 完善传统离析相图转换边界。

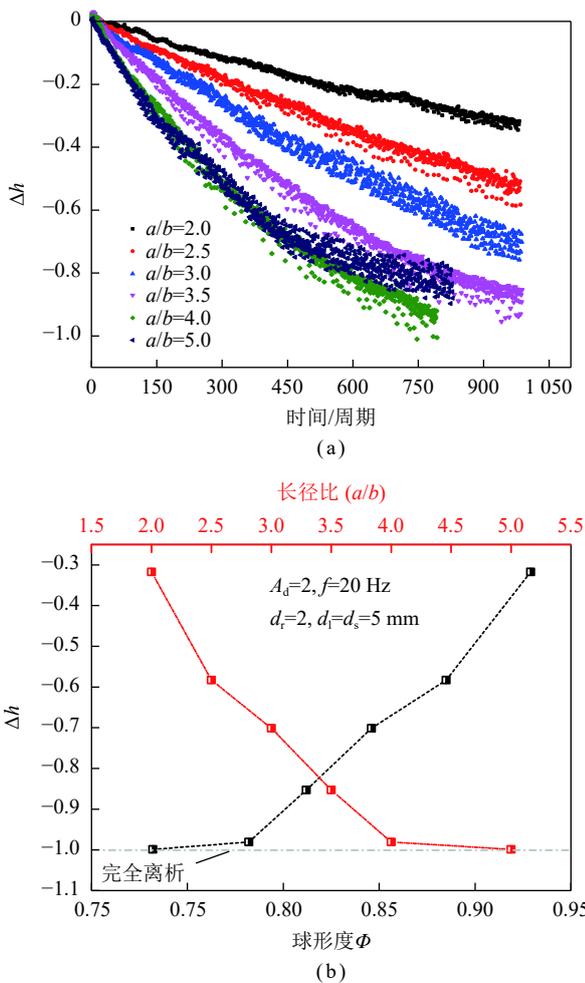


图 9 当量直径相同的 S-NS 床中粒群离析结果
Fig.9 Segregation results of S-NS bed

用球形度 (Φ) 来表征颗粒的形状, 由图 10(a) 可知, 当 $d_r \leq 1.2$ 时, Δh 随着 Φ 的增加而增加, 但其始终小于 0, 即 S-NS 床表现出“反巴西果”离析模式; 而

当 $d_r \in [1.3, 1.5]$ 时, 随着 Φ 增加, 床体表现出由“反巴西果”模式向“巴西果”模式的相转换特征; 当 $d_r \geq 1.6$ 时, $\Delta h > 0$, 即 S-NS 床体的离析终态为“巴西果”模式, 大颗粒位于床体顶部而小颗粒下降到床底。图 10(b) 为基于 d_r 与 Φ 的 S-NS 床振动离析无量纲相图, 图中黑色阴影部分对应于 2 种颗粒分离效果不显著, 处于混合状态。总体上, S-NS 床倾向于在高粒度比、大高球形度条件下表现出巴西果离析模式, 而在小粒度比且低球形度条件下趋向于反巴西果的离析结果。

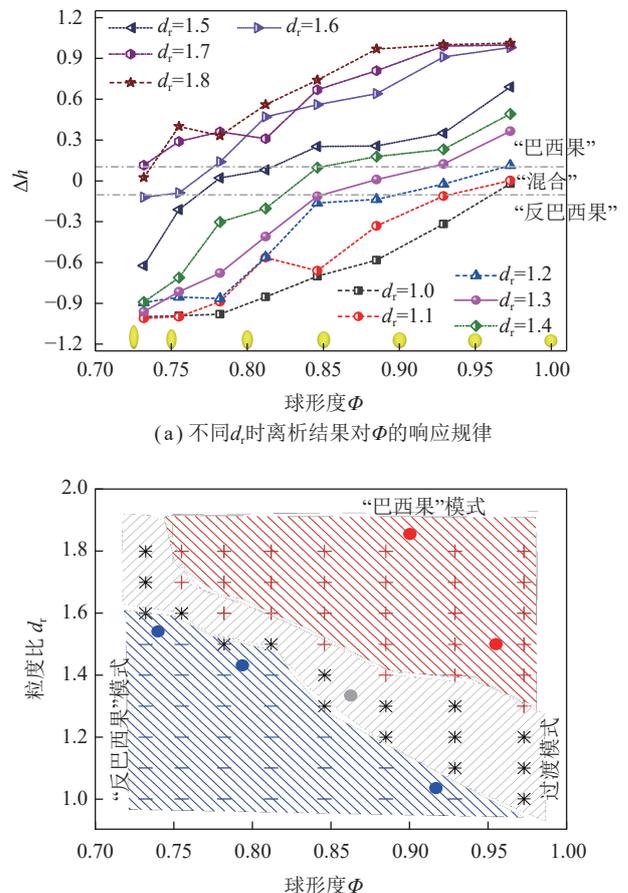


图 10 不同粒度比及球形度比值条件下颗粒离析模式
Fig.10 Particle segregation patterns under different particle size ratios and sphericity ratios

4 多元混合粒群离析行为特征

多元混合粒群是在二元粒群的基础上引入中间粒级 5 mm 颗粒构建三元混合粒群, 并进一步拓宽粒级至 9 mm 形成四元混合颗粒床, 分别探究中间粒级和拓宽粒级对颗粒分离动力学的影响规律, 相关参数见表 4。因涉及多种粒级颗粒的混合与分离, 所以采用无量纲形式的混合熵 (M_{norm})^[28] 来评价粒群的混合

表 4 多粒级混合粒群的基本参数

Table 4 Basic parameters in multi-size mixtures

粒级结构	粒度/mm	长径比	体积分数/%	床体尺寸: 长×宽×高/(mm×mm×mm)	振动参数		
					振幅/mm	频率/Hz	振动强度 Γ
二元粒群	3.0、7.5	1.0、2.0	50、50	100×100×60	2.5	20	4.02
三元粒群	3.0、5.0、7.5	1.0、2.0、2.0	38、28、34				
四元粒群	3.0、5.0、7.5、9.0	1.0、2.0、2.0、1.0	38、24、16、22				

程度: 当 $M_{norm}=1.0$ 时, 粒群处于完全混合状态; 当 $M_{norm}=0$ 时, 表示粒群处于完全离析状态。

图 11 为多元混合粒群的熵值随离析时间的变化规律, 由图 11 可知, 无论颗粒形状如何, 增加中间粒级颗粒会减缓粒群的离析过程, 而拓宽粒度分布范围同样也会造成离析速率下降。此外, 对比分析 S-NS 床与 S-S 床的离析过程可知, 加入非球形颗粒对离析过程有明显的促进作用。在相同的振动时间内, 无论是引入非球形中间粒级颗粒的 S-NS-NS 床, 还是进一步拓宽粒级的 S-NS-NS-S 床, 其离析速率远高于二元球形颗粒组成的 S-S 床, 表明颗粒形状对离析速率的影响显著性高于粒级结构。

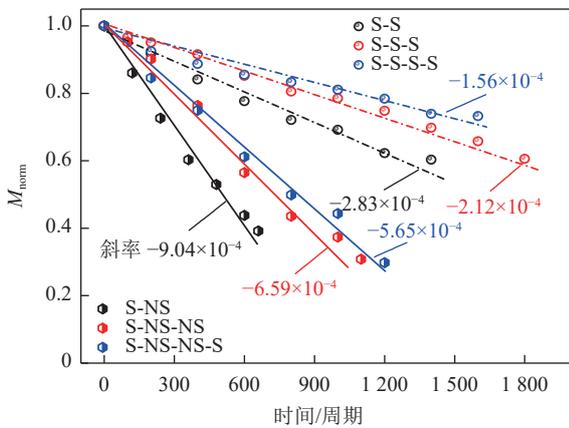


图 11 多粒级料群的混合熵随离析时间的变化规律

Fig.11 Variations of entropy of multi-size particles with time

在由颗粒“空隙充填”驱动的非对流离析过程中, 决定离析速率的影响因素主要有 2 个: 床体孔隙率波动^[19]以及局部颗粒动能差异^[43]。图 12 为不同粒级结构的多元粒群在一个振动周期内不同阶段、不同高度的孔隙率(ϵ)变化特征。可以看出, 对于球形颗粒床及(含)非球形颗粒床, 床体最大膨胀高度可达 90 mm, 对应孔隙率接近 1.0, 膨胀高度接近于静置床体高度的 1.5 倍。在一个振动周期内, 孔隙率波动幅度随床体高度的增加也表现出“高一低—高”的变化规律。床体孔隙率的变化主要因为振动在松散颗粒体系内自下而上传递效率变化以及不同高度颗粒振荡行为差异所致, 这主要体现在颗粒振荡频谱的差异。

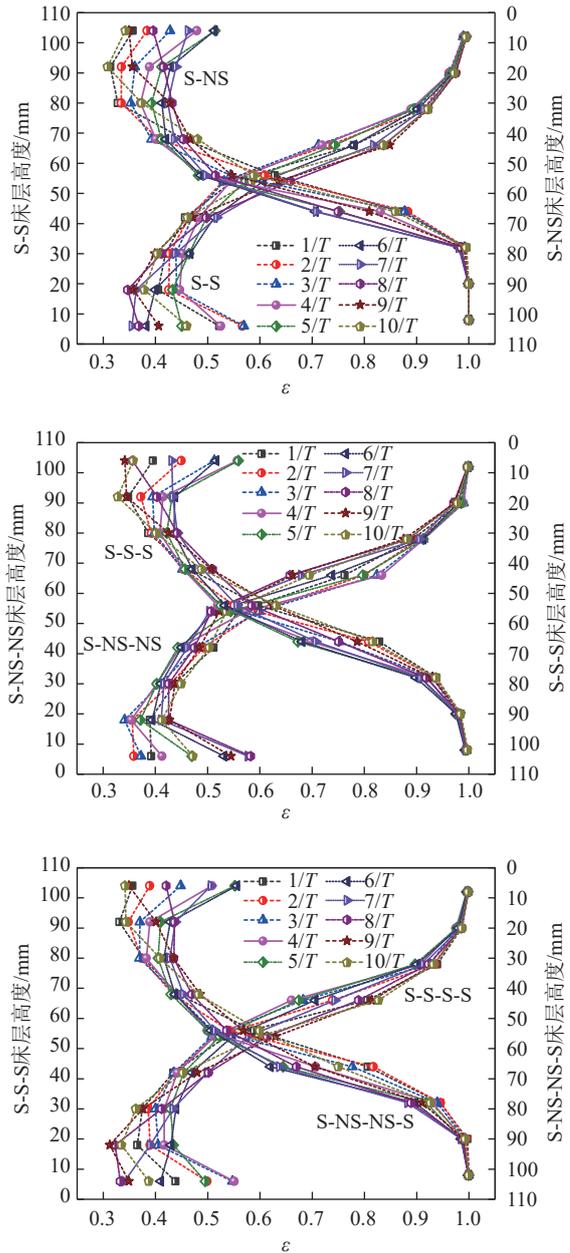


图 12 不同粒级的混合粒群中孔隙率在一个振荡周期内随高度的变化规律

Fig.12 Variation of porosity with height in particle mixtures of different size distributions, within one vibration cycle

图 13(a) 为混合颗粒中不同高度小颗粒的振荡曲线, 可以看出, 随着高度的增加, 振荡曲线的振幅及相

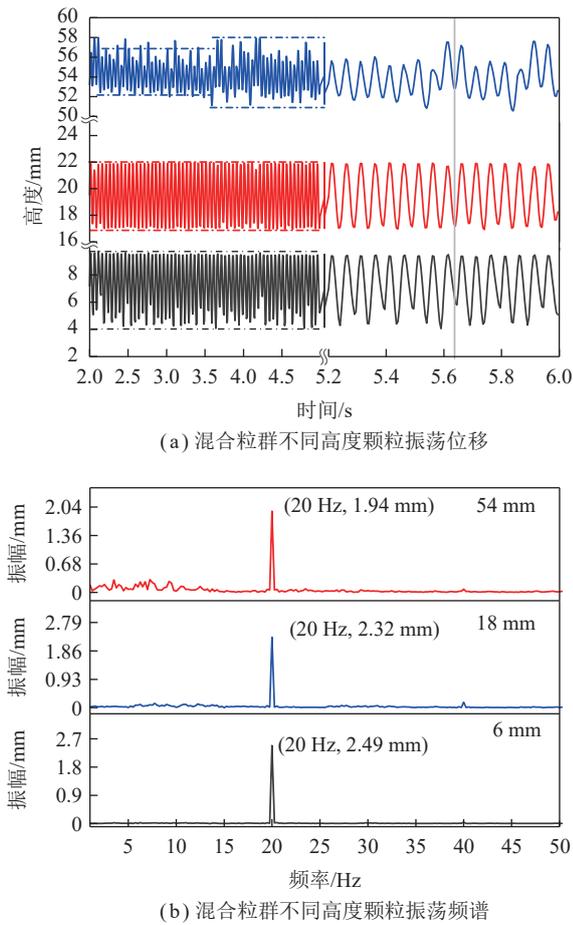


图 13 混合粒群中颗粒振动频谱

Fig.13 Vibration spectrum of particles in mixtures

位均发生明显变化,对振荡曲线进行傅里叶变换,将时域信息转换为频域信号,得到不同高度的颗粒振荡频谱,如图 13(b)所示。床体底部颗粒因与基底直接接触,其振荡频谱图中仅出现一处明显峰值,对应频率为 20 Hz、振幅为 2.49 mm,这与外加振动频率高度一致,混合颗粒展现出整体有序的振荡行为;中间层颗粒的振荡频谱中除 20 Hz 处外,在 5~15 Hz 频段附近也出现了峰群。其原因除振动传递效率变化外,还因其在振荡方向上除重力外,还受来自底部颗粒的“上推”以及来自顶部颗粒因振荡频率不一致而导致相对下降产生“下压”的约束作用,在一个振动周期内上升阶段的大部时间处于压缩状态。在振动由底部颗粒传递到顶层颗粒的过程中,由于离散颗粒体系不同高度振荡频率不一致,导致其瞬时速度方向存在相反的情况,中间层颗粒既受底部颗粒上移作用也受顶部颗粒下行影响。而随着高度的增加,上部颗粒的振荡受到来自更高层颗粒的约束作用减弱,其振荡频谱更加离散化,低频处峰的数量及相应峰值明显增加,床体膨胀程度较高,因此孔隙率也随之升高。

进一步对比分析图 13(b)与图 6 发现,相同高度

处二元混合颗粒床中的颗粒的振动频谱比多元颗粒床更加复杂,尤其是在 [0, 20] Hz 内,颗粒振荡行为更加有序化。这主要是因为,增加粒级会降低混合床的孔隙率,颗粒以更加密实的方式充填,随机碰撞中的无序振荡空间受限,振荡周期性特征更加明显。

此外,对于球形颗粒床,无论是增加中间粒级还是拓宽粒级范围,床体的孔隙率均值排序为: S-S (47.20%) > S-S-S (45.88%) > S-S-S-S (44.68%), 其在一个振荡周期内的波动幅值排序为: S-S-S-S (12.11%) > S-S (11.43%) > S-S-S (11.02%); 对于含非球形颗粒的床体来说,孔隙率均值排序为: S-NS-NS (46.03%) > S-NS (43.08%) > S-NS-NS-S (44.45%), 表明增加非球形颗粒作为中间粒级会显著提升床体的孔隙率均值。对比分析可知,虽然 S-NS 床的空隙率明显低于 S-S 床,但其离析速率却显著高于后者,这主要是由非球形颗粒在离析过程中的取向性导致的,如图 14 所示,在含非球形颗粒的床体离析过程中,非球形颗粒的长轴趋向于振动方向,综合单颗粒离析模型研究结果可知,这将会显著增加颗粒的上升速率,进而加速床体

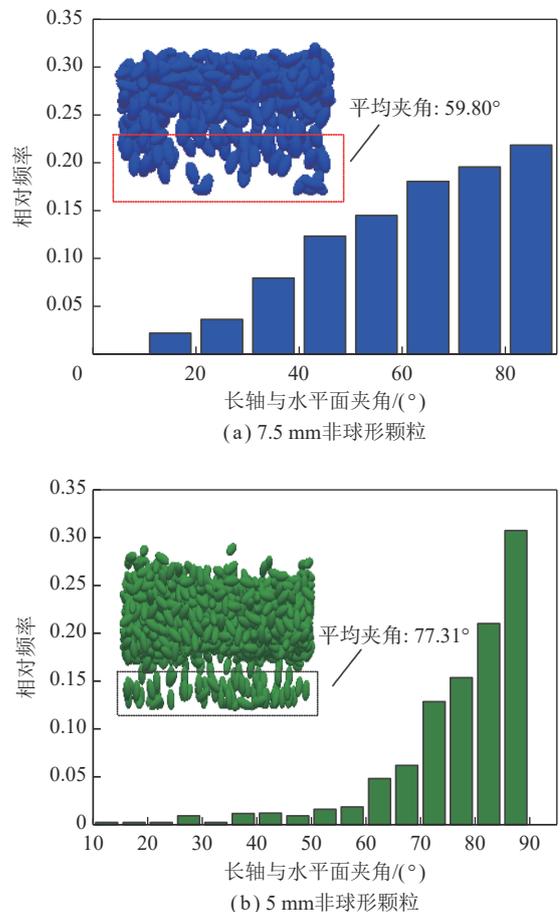


图 14 S-NS-NS 床中非球形颗粒在离析过程中的取向
Fig.14 Orientations of non-spherical particles (S-NS-NS bed) during the segregation process

离析过程。这在一定程度上也说明,形状对离析行为的影响高于床体孔隙率。

5 结 论

(1) 较强振动作用下,球形大颗粒离析速率随粒度比的增加呈现先增加后降低的变化趋势,主要原因在于其周围小颗粒体积分非线性变化导致充填离析效率的波动;非球形大颗粒离析速率显著高于球形大颗粒的主要原因是,当颗粒中心高度一致时,非球形颗粒底端延伸至更深床层,相应小颗粒层中较大的孔隙率波动值导致其离析速率更快。

(2) 边壁摩擦引起的颗粒流动离析导致大、小颗粒形成高度有序的循环对流,非球形大颗粒群的离析速率均值与速率分布范围均明显高于无对流情况,其颗粒取向均值较小但分布范围更宽。球形大颗粒与非球形小颗粒混合床中,形状与粒度对离析结果的影响将存协同促进转为竞争抑制,混合粒群倾向于在高粒度比、大球形度条件下表现出“巴西果”离析模式,而在小粒度比、低球形度条件下趋向于“反巴西果”的离析结果。

(3) 在非对流离析环境下,无论充填颗粒形状如何,增加中间粒级颗粒会减缓粒群的离析过程,而拓宽粒度分布范围同样也会造成离析速率下降。加入非球形颗粒对离析过程有明显的促进作用,颗粒形状对离析速率的影响显著性高于粒级结构。

此外,本研究中以椭圆颗粒作为非球形颗粒开展振动离析研究,而在以多边形颗粒作为非球形颗粒的振动离析中,受颗粒几何对称性和曲面表面等因素的影响,其离析速率分布和转动方向变化情况相对复杂,未来研究中,拟进一步针对多边形颗粒的离析行为开展深入分析。

参考文献(References):

- [1] SHINBROT Troy. The brazil nut effect – In reverse[J]. *Nature*, 2004, 429: 352–353.
- [2] SHINBROT T, MUZZIO F J. Reverse Buoyancy in shaken granular beds[J]. *Physical Review Letters*, 1998, 81(20): 4365–4368.
- [3] DUAN Chenlong, YUAN Jiale, PAN Miao, et al. Variable elliptical vibrating screen: Particles kinematics and industrial application[J]. *International Journal of Mining Science and Technology*, 2021, 31(6): 1013–1022
- [4] 江海深,于世杰,赵跃民,等.刚柔耦合高弹性筛面运动学与料群透筛分布规律[J]. *中国矿业大学学报*, 2021, 50(5): 923–932.
JIANG Haishen, YU Shijie, ZHAO Yuemin, et al. Kinematics of rigid-flexible coupled high elastic screen surface and screening distribution law of material[J]. *Journal of China University of Mining and Technology*, 2021, 50(5): 923–932.
- [5] 唐芳琼,孟宪伟,陈东,等.纳米颗粒增强的葡萄糖生物传感器[J]. *中国科学(B辑)*, 2000, 43(2): 119–124.
TANG Fangqiong, MENG Xianwei, CHEN Dong, et al. Glucose biosensor enhanced by nanoparticles[J]. *Science in China(Series B)*, 2000, 43(2): 119–124.
- [6] HE Jingfeng, LIU Chengguo, HONG Pu, et al. Mineralogical characterization of the typical coarse iron ore particles and the potential to discharge waste gangue using a dry density-based gravity separation[J]. *Powder Technology*, 2019, 342: 348–355.
- [7] HE Jingfeng, YAO Yake, LU Wang, et al. Cleaning and upgrading of coal-series kaolin fines via decarbonization using triboelectric separation[J]. *Journal of Cleaner Production*, 2019, 228: 956–964
- [8] 杨丽英,刘伟东,王红梅,等.膨胀颗粒污泥床厌氧反应器处理化学制药废水研究[J]. *工业水处理*, 2020, 40(11): 49–52.
YANG Liying, LIU Weidong, WANG Hongmei, et al. Treatment of chemical pharmaceutical wastewater by expanded granular sludge reactor[J]. *Industrial Water Treatment*, 2020, 40(11): 49–52.
- [9] 石辰凤,杨茂蕊,唐正馨,等.中药浸膏粉离散元模拟参数标定方法研究[J]. *中草药*, 2020, 51(24): 8.
SHI Chenfeng, YANG Maorui, TANG Zhengxin, et al. Calibration of discrete element simulation parameters of Chinese medicine extract powders [J]. *Chinese Traditional and Herbal Drugs*, 2020, 51(24): 8.
- [10] 邢耀文,桂夏辉,曹亦俊,等.颗粒气泡黏附科学——宏观尺度下颗粒气泡黏附研究进展及困境[J]. *煤炭学报*, 2019, 44(2): 582–587.
XING Yaowen, GUI Xiahui, CAO Yijun, et al. Bubble-particle attachment science: Advances and dilemma in bubble-particle attachment on a macroscopic scale[J]. *Journal of China Coal Society*, 2019, 44(2): 582–587.
- [11] 卓启明,刘文礼,徐宏祥,等.浮选中颗粒-气泡间相对运动研究进展[J]. *煤炭学报*, 2019, 44(9): 2867–2877.
ZHUO Qiming, LIU Wenli, XU Hongxiang, et al. Research progress of relative motion between particles and bubbles in froth flotation[J]. *Journal of China Coal Society*, 2019, 44(9): 2867–2877.
- [12] 吕凯,闵凡飞,朱金波,等.煤系微细高岭石颗粒沉降曳力系数的研究[J]. *中国矿业大学学报*, 2021, 50(2): 582–587.
LÜ Kai, MIN Fanfei, ZHU Jinbo, et al. Study of settling drag coefficient of coal-based fine kaolinite particles[J]. *Journal of China University of Mining and Technology*, 2021, 50(2): 582–587.
- [13] 何菲菲,彭政,颜细平,等.振动颗粒混合物中的周期性分聚现象与能量耗散[J]. *物理学报*, 2015, 64(13): 227–235.
HE Feifei, PENG Zheng, YAN Xiping, et al. Energy dissipation and periodic segregation of vibrated binary granular mixtures[J]. *Acta Physica Sinica*, 2015, 64(13): 227–235.
- [14] 赵磊,韩冰,郭柄江,等.水平摆振下环形巴西果分离效应模拟研究[J]. *应用力学学报*, 2020, 37(2): 630–636.
ZHAO Lei, HAN Bing, GUO Bingjiang, et al. Simulation of separation effect of Brazil-nut under horizontal shimmy[J]. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 2020, 37(2): 630–636.
- [15] HONG D C, QUINN P V, LUDING S. Reverse Brazil nut problem: Competition between percolation and condensation[J]. *Physical Review Letters*, 2001, 86(15): 3423–3426.
- [16] XIE Z A, PING W, ZHANG S P, et al. Separation patterns between

- Brazilian nut and reversed Brazilian nut of a binary granular system[J]. *Physical Review E Statistical Nonlinear & Soft Matter Physics*, 2012, 85(6): 61302.
- [17] XU Cheng, SANDALI Yahya, SUN Gang, et al. Segregation patterns in binary granular mixtures with same layer-thickness under vertical vibration[J]. *Powder Technology*, 2017, 322: 92–95.
- [18] KNIGHT J B, JAEGER H M, NAGEL S R. Vibration-Induced size separation in Granular Media: The convection connection[J]. *Physical Review Letters*, 1993, 70(24): 3728–3731.
- [19] QIAO Jinpeng, YANG Jinshuo, LU Junyu. Particle behavior and aperture optimization of variable vibration-amplitude screening based on discrete element method simulation [J]. *ACS Omega*, 2023, 8(34): 30976–30989.
- [20] AHMAD K, SMALLEY I J. Observation of particle segregation in vibrated granular systems[J]. *Powder Technology*, 1973, 8(1-2): 69–75.
- [21] ZHAO Lala, ZHAO Yuemin, BAO Chunyong, et al. Laboratory-scale validation of a DEM model of screening processes with circular vibration[J]. *Powder Technology*, 2016, 303: 269–277.
- [22] DONG Kejun, ESFANDIARY Amir Hossein, YU A B. Discrete particle simulation of particle flow and separation on a vibrating screen: Effect of aperture shape[J]. *Powder Technology*, 2017, 314(SI): 195–202.
- [23] QIAO Jinpeng, DUAN Chenlong, JIANG Haishen, et al. Research on screening mechanism and parameters optimization of equal thickness screen with variable amplitude based on DEM simulation[J]. *Powder Technology*, 2018, 331: 296–309.
- [24] 乔金鹏. 粒群振动离析动力学及变轨迹筛分过程研究[D]. 徐州: 中国矿业大学, 2021.
- QIAO Jinpeng. Research on particles vibrational segregation kinetics and variable-trajectory screening process[D]. Xuzhou: China University of Mining and Technology, 2021.
- [25] ENSNER H M, KRUELLE C A, REHBERG I, et al. Reversing the Brazil-Nut Effect: Competition between percolation and condensation[J]. *Physical Review Letters*, 2003, 90(1): 14302.
- [26] QIAO J, DUAN C, DONG K, et al. DEM study of segregation degree and velocity of binary granular mixtures subject to vibration[J]. *Powder Technology*, 2021, 382: 107–117.
- [27] CIAMARRA Massimo Pica, VIZIA Maria Domenica De, FIERRO Annalisa, et al. Granular species segregation under vertical tapping: Effects of size, density, friction, and shaking amplitude[J]. *Physical Review Letters*, 2006, 96(5): 58001.
- [28] WEN Y, LIU M, LIU B, et al. Comparative study on the characterization method of particle mixing index using DEM method[J]. *Procedia Engineering*, 2015, 102: 1630–1642.
- [29] ROSATO A, PRINZ F, STANDBURG K J, et al. Monte carlo simulation of particulate matter segregation[J]. *Powder Technology*, 1986, 49(1): 59–69.
- [30] LIFFMAN K, MUNIANDY K, RHODES M. A segregation mechanism in a vertically shaken bed[J]. *Granular Matter*, 2001, 3(4): 205–214.
- [31] MAZOZI T, CLÉMENT E, RAJCHENBACH J, et al. Size segregation in a two-dimensional sandpile: Convection and arching effects[J]. *Physical Review E*, 1994, 50(6): 5138–5141.
- [32] WARR S, HUNTLEY J M, BALL R C, et al. Particle size segregation in a two-dimensional bed undergoing vertical vibration[J]. *Physical Review E*, 1996, 53(3): 2812–2822.
- [33] 姜泽辉, 荆亚芳, 赵海发, 等. 振动颗粒物质中倍周期运动对尺寸分离的影响[J]. *物理学报*, 2009, 58(9): 5923–5929.
- JIANG Zehui, JING Yafang, ZHAO Haifa, et al. Effects of subharmonic motion on size segregation in vertically vibrated granular materials[J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, 58(9): 5923–5929.
- [34] 彭亚晶, 张卓, 王勇, 等. 振动颗粒物质“巴西果”分离效应实验和理论研究[J]. *物理学报*, 2012, 61(13): 273–280.
- PENG Yajing, ZHANG Zhuo, WANG Yong, et al. Experimental and theoretical investigations of the effect of “Brazil Nut” segregation in vibrating granular matters[J]. *Acta Physica Sinica*, 2012, 61(13): 273–280.
- [35] LIU Yu, ZHAO Junhong. A model for the Brazil-nut segregation time[J]. *Granular Matter*, 2015, 17(2): 265–270.
- [36] QIAO Jinpeng, DONG Kejun, DUAN Chenlong. DEM study on the segregation of a non-spherical intruder in a vibrated Granular bed[J]. *Processes*, 2021, 9(3): 448.
- [37] FERNANDO D N, WASSGREN C R. Effects of vibration method and wall boundaries on size segregation in Granular beds[J]. *Physics of Fluids*, 2003, 15(11): 3458.
- [38] TAI C H, HSIAU S S, KRUELLE C A. Density segregation in a vertically vibrated Granular bed[J]. *Powder Technology*, 2010, 204(2-3): 255–262.
- [39] SHI Q, SUN G, HOU M, et al. Density-driven segregation in vertically vibrated binary granular mixtures[J]. *Physical Review E Statistical Nonlinear & Soft Matter Physics*, 2007, 75(6): 61302.
- [40] JAIN Anchal, METZGER MATTHEW J, GLASSER Benjamin J. Effect of particle size distribution on segregation in vibrated systems[J]. *Powder Technology*, 2013, 237: 543–553.
- [41] KROUSKOP PETER E, TALBOT Julian. Studies of mass and size effects in three-dimensional vibrofluidized granular mixtures[J]. *Physical Review E Statistical Nonlinear & Soft Matter Physics*, 2003, 68(1): 21304.
- [42] BOSE M, RHODES M. Dynamics of an intruder in a shaken granular bed[J]. *Powder Technology*, 2007, 179(1-2): 25–30.
- [43] HSIAU S S, YU H Y. Segregation phenomena in a shaker[J]. *Powder Technology*, 1997, 93(1): 83–88.